

TEMA 5. OPERACIONES DE AMORTIZACIÓN

1. *Concepto de operación de amortización.*
2. *Métodos de amortización.*
3. *Operaciones de Préstamo en el Mercado, cálculo de tantos efectivos.*
4. *Ejercicios tema 5.*
5. *Ejercicios de Repaso.*

1. Concepto de Operación de Amortización.

En una operación de préstamo o amortización, el fin principal es hacer frente a la devolución de un capital prestado al comienzo de la operación. El prestamista entrega un capital al prestatario o deudor ($C_0; t_0$) que designamos por capital inicial, éste se compromete a su devolución mediante uno o varios pagos que reciben la denominación de términos amortizativos ($a_i; t_i$).

El préstamo es una operación financiera a largo plazo, consistente en la amortización de un capital (Prestación) mediante la entrega de varios capitales (contraprestación). La ley de valoración que se utiliza es la de capitalización compuesta.

Son generalmente operaciones compuestas de una única prestación y contraprestación múltiple, de crédito unilateral.

Al saldo financiero de la operación de préstamo en un momento determinado del tiempo se le denomina capital vivo o capital pendiente de amortizar.

Cuadro de amortización

Período	Términos Amortizativos	Cuota de Interés	Cuota de Amortización	Capital Amortizado	Capital Vivo
0					C0
1	a1	I1	A1	M1	C1
2	a2	I2	A2	M2	C2
s	as	Is	As	Ms	Cs
.
.
n	an	In	An	Mn=C0	Cn=0

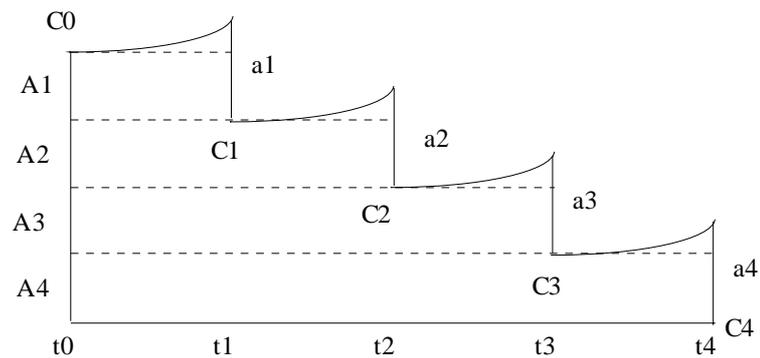
$a_s = I_s + A_s$; El término amortizativo es la suma de la Cuota de Interés y la Cuota de Amortización.

La cuota de Interés $I_s = C_{s-1} * i_s$

La cuota de Amortización $A_s = C_{s-1} - C_s$

Capital Amortizado $M_s = C_0 - C_s$

La estructura de disminución del capital prestado a lo largo del tiempo es:



2. Métodos de amortización.

2.1 Cuotas de Amortización Constantes.

En este método de amortización, las cuotas de amortización permanecen constante a largo de la operación de préstamo, siendo igual al importe del principal dividido entre el número de períodos de amortización. El resultado es que en cada periodo devolvemos una n-ésima parte del capital prestado, pagando intereses por el capital restante. Debido a esto, las cuotas de intereses, si el tipo de interés de valoración se mantiene constante a lo largo del tiempo serán decrecientes y por lo tanto los términos amortizativos también serán variables y decrecientes.

$$A = \frac{C_0}{n};$$

$$M_s = s * A = \frac{s}{n} * C_0;$$

$$C_s = (n - s) * A = \frac{n - s}{n} * C_0;$$

$$I_s = C_{s-1} * i = \frac{n - (s - 1)}{n} * C_0 * i$$

$$a_1 = A + C_0 * i = \frac{C_0}{n} + C_0 * i = \frac{C_0}{n} * (1 + n * i);$$

$$a_2 = A + C_1 * i = \frac{C_0}{n} + (C_0 - \frac{C_0}{n}) * i = \frac{C_0}{n} * [1 + (n - 1) * i]$$

$$a_s = \frac{C_0}{n} * [1 + (n - s + 1) * i]$$

2.2 Método Americano Simple.

La amortización es única y se produce en el último periodo de la operación de préstamo, $A_s = 0$, salvo en el último período $A_n = C_0$

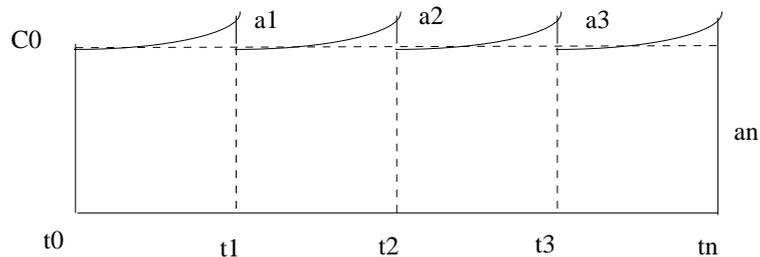
Lo que permanece constante es la Cuota de Interés (siempre que permanezca constante el tipo de interés) $A_s = i * C_0$.

Los términos amortizativos son todos iguales a la cuota de interés, excepto el último:

$$a_1 = a_2 = \dots a_{n-1} = C_0 * i$$

$$a_n = C_0 * (1 + i)$$

La estructura de amortización del método americano:



2.3 Método Francés.

Si el tanto de valoración es constante durante la duración de la operación financiera, el término amortizativo permanece constante a lo largo de la operación.

$$C_0 = a * a_{\overline{n}|i}$$

$$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{C_0 * i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$A_s = A_1 * (1 + i)^{s-1}$$

$$A_1 = a - I_1 = a - C_0 * i$$

$$M_s = A_1 * s_{\overline{s}|i}$$

$$C_s = C_0 - M_s.$$

Cualquier término amortizativo se puede escribir en función del primer término. Comparando el capital vivo en dos períodos consecutivos:

$$\begin{aligned}
C_s &= C_{s-1} (1+i) - a \\
C_{s+1} &= C_s (1+i) - a \\
\hline
C_s - C_{s+1} &= (C_{s-1} - C_s) (1+i)
\end{aligned}$$

Esta expresión nos indica que las cuotas de amortización crecen en progresión geométrica de razón $(1+i)$. El primer término de la progresión es:

$$a_1 = C_0 i + A_1 \rightarrow A_1 = a - C_0 i$$

a partir de este primer término se obtienen los siguientes:

$$A_s = A_1 (1+i)^{s-1}$$

3. Operaciones de Préstamo en el Mercado, cálculo de tantos efectivos.

Cuando un particular o una empresa (prestatario) decide realizar una operación de préstamo se encuentra con que debe hacer frente, no sólo a los capitales procedentes de la operación pura (sea cual sea el método de amortización utilizado), sino que además aparecerán otro conjunto de capitales adicionales (las características comerciales de la operación) que harán que sea necesario el cálculo del coste efectivo de la operación para poder comparar las distintas alternativas de financiación.

Si observamos la operación desde el punto de vista del prestamista, la incorporación de las características comerciales que le afecten implicará el cálculo del rendimiento efectivo de la operación.

En ambos casos, siguiendo las recomendaciones de la normativa del Banco de España (Circular 5/1994 de 22 de julio) calcularemos coste o rendimiento mediante el tipo de

interés procedente de la ley de capitalización compuesta que iguale prestación real con contraprestación real.

En cuanto al tipo de interés que se aplica a las operaciones de amortización, en los métodos estudiados en apartados anteriores hemos supuesto que este permanece constante a lo largo de la vida de la operación, pero en muchas operaciones de mercado esto no es así, sino que el tipo de valoración varía a lo largo del tiempo. La variación de tipos puede ser conocida a priori (en el inicio de la operación conocer cuando y que valor irá tomando el tipo de interés aplicable) o no conocer a priori el valor del tipo pero sí el momento de cambio y las estructura de dicho cambio, este tipo de operaciones se denominan Indiciadas ya que la estructura de la variación va ligada a la variación de un índice representativo y conocido por ambas partes (prestamista y prestatario).

Operaciones Indiciadas:

Una operación de amortización está indiciada cuando sus términos amortizativos varían ligados a cambios de un índice representativo.

Lo normal es que la operación esté indiciada en la cuota de interés. En este caso el tipo de interés utilizado en la operación será igual al tipo de referencia más (o menos) un diferencial.

$$i_s = i_r \pm d$$

por ejemplo, si el préstamo está referenciado al EURIBOR (european interbank offered rate) más 0,25 puntos, y el tipo EURIBOR en la fecha de modificación es del 4%, el tipo de interés aplicable a nuestra operación será del 4,25%.

Las Circulares del B. de E. 8/1990, de 7 de septiembre y la 5/1994 regulan las operaciones financieras, estableciendo que tipos de interés pueden utilizarse y como calcular los costes de dichas operaciones. En concreto, para el cálculo del coste de una operación con tipo de interés indiciado, se realizará una estimación de la TAE suponiendo que el tipo se mantiene fijo al valor que tiene en el momento de realizar el contrato.

Para calcular en cada momento la cuantía de los términos amortizativos, se realiza el cálculo de toda la operación de préstamo suponiendo el tipo que en ese momento esté en vigor como fijo para el resto de la operación (al comienzo de la operación la calculamos como a tipo fijo). En el momento de la revisión se recalcula el cuadro de amortización teniendo en cuenta el capital vivo (capital que falta por amortizar) y el nuevo tipo como si se fuera a mantener constante para todo el resto de la operación. De esta forma estamos recalculando la operación en cada momento de la revisión (una vez al año, cada seis meses....).

Es de destacar que, dado que no conocemos el valor futuro del índice, no conocemos el valor real que tomarán los términos amortizativos hasta que no concluya toda la operación y por lo tanto, el coste real no podrá calcularse (aunque sí estimarse) hasta que no finalice la operación.

Cálculo de los tantos efectivos:

Para el cálculo de los tantos efectivos de coste de este tipo de operaciones se plantea la equivalencia financiera entre todos los capitales que forman la prestación y la contraprestación:

- Principal del préstamo
- Términos amortizativos
- Características comerciales.

Las características comerciales más comunes para una operación de préstamo son:

- Comisión de apertura (porcentaje del principal)
- Comisión de estudio (porcentaje del principal)
- Corretaje (porcentaje del principal) que se paga por la intervención de un corredor de comercio o un notario.

Cuando los préstamos son con garantía hipotecaria tenemos además:

- Gastos de tasación del inmueble a hipotecar
- Gastos derivados de la garantía hipotecaria
- Gastos de constitución de hipoteca: Impuestos, gastos notariales, de registro.
- Gastos por levantamiento de hipoteca: Notariales, de registro.
- Seguros.
- Subvenciones estatales, autonómicas, etc...: Pueden ser subvenciones en los tipos de interés o cantidades a fondo perdido.
- Comisión por cancelación anticipada.

En préstamos hipotecarios la TAE normalmente no coincidirá con el tanto efectivo del prestatario, pues incluye sólo las características comerciales bilaterales, dejando fuera los gastos de tasación, notariales, etc..., estos gastos pueden ser bastante elevados.

4. Ejercicios tema 5.

1. Un préstamo de 6.000 € se amortiza en 5 años por el método francés mediante términos amortizativos trimestrales. Si el tanto nominal es del 7%, se pide:
 - a) Término amortizativo y capital amortizado al final del 3^{er} año.
 - b) Si se amortiza por el método de cuotas de amortización constantes, términos amortizativos del primer año y capital amortizado al final del año 3.
2. Una persona decide solicitar un préstamo en la entidad financiera de cuantía 60.000 € Las condiciones del préstamo son las siguientes: Préstamo indicido, el tipo aplicable será el EURIBOR a un año más 2 ptos. Amortización anual por el método francés. En el momento de solicitar el préstamo, el EURIBOR a un año está en el 4%. La duración del préstamo es de 4 años.
3. A la empresa CATASA se le ha concedido un préstamo por parte de una entidad financiera el día 1 de enero de 2001. Las condiciones de este préstamo son las siguientes: nominal de 3 millones de € duración tres años, amortizable por el método americano con pago anual de intereses, tipo de interés nominal del 5%.

Debido a la bajada de los tipos de interés que se está produciendo en el mercado, la empresa decide cancelar el préstamo anticipadamente el día 1 de enero de 2002 y refinanciarse con un nuevo préstamo de las siguientes características: préstamo francés con pagos trimestrales, duración dos años, tipo de interés nominal del 4,5%.

Calcular la cuantía de los términos amortizativos a lo largo de la vida de la operación.

4. Una persona decide solicitar un préstamo en la entidad financiera, de cuantía 60.000 € Las condiciones del préstamo son las siguientes: Amortización mensual

por el método francés. En el momento de solicitar el préstamo, se le concede a un tipo de interés nominal que coincide con el tipo de interés de los préstamos hipotecarios, que se sitúa en el 6,5%. La duración del préstamo es de 6 años. Anualmente se revisa el préstamo con unas condiciones de tipo de interés nominal igual al del Euribor más 1%.

Año	Euribor (%)
1	5,5
2	5,0
3	5,0
4	5,8
5	5,8
6	6,0

- a) Determinar la cuantía de los términos amortizativos de los diferentes periodos en los que se puede subdividir el préstamo.
 - b) Capital pendiente de amortizar al final del 3º, 4º y 5º año.
 - c) Cuota de amortización y de intereses de los periodos 10º, 20º y 35º.
5. *Una persona contrata un préstamo con las siguientes condiciones: capital prestado de 12.000 € a devolver mediante 4 términos amortizativos semestrales con cuotas de amortización constantes, rédito semestral del 3%. La operación conlleva una comisión de apertura de 60 € y unos gastos del corredor de comercio de 30 €
- a) Plantear las ecuaciones para calcular el tanto efectivo de coste y el tanto efectivo de rendimiento
 - b) Un año después tiene suficiente dinero para cancelar la operación, no obstante, la entidad financiera le cobra una comisión por cancelación anticipada del 2% del principal. Plantear la nueva expresión del tanto efectivo de coste.
6. *Se formaliza un préstamo por importe de 1.000.000 € siendo el plazo de 12 años, con pagos trimestrales, y sistema de amortización francés.
- El tipo de interés nominal anual es variable siendo la referencia el Euribor más un 1%, con revisión de intereses de forma trimestral.
- El Euribor inicial es del 3,52 % y el de la primera revisión del 3,35 %.

Calcular el término amortizativo del primer y del segundo trimestre.

5. Ejercicios de repaso.

1. *Cierta persona dispone de los siguientes bienes:

- a) Una vivienda, por la que podría recibir unos alquileres mensuales y prepagables de 120 € cuyos costes de mantenimiento ascienden a 60 € Anuales.
- b) Un capital de 1.800 € colocado a plazo de 3 años, por el que recibe interés semestrales postpagables a un tanto nominal del 4%.
- c) 10 Letras del Tesoro que se amortizan dentro de 200 días. (El tipo de interés de mercado de las Letras del Tesoro viene determinado por la última subasta de Letras del Tesoro a 364 días, en el que el precio medio se fijó en el 96,500 %).

Determinar el valor actual de su patrimonio, si se valora a un tanto efectivo anual del 5%.

2. *Una persona es capaz de ahorrar todos los meses 300 € cuantía ésta que se duplica en los meses de junio y diciembre, y se plantea para los próximos ocho años dos alternativas de inversión.

- a) Colocar mensualmente sus ahorros en una entidad que se los valora con un tanto efectivo del 4,5%
- b) Realizar las imposiciones al finalizar cada semestre por la cuantía total ahorrada a lo largo de él en otra entidad financiera que valora con un tanto nominal del 4,5% los tres primeros años y del 5% los restantes.

Determinar el montante que obtendría al cabo de los ocho años para cada una de las dos alternativas

3. * Una Entidad Financiera nos ofrece :

- a) Un tipo de interés nominal anual del 2,50 % , con abono de los intereses de forma mensual.
- b) Un tipo de interés nominal anual del 2,54 % , con abono de los intereses de forma anual.

Si deseamos obtener la máxima rentabilidad cual de los dos opciones eligiéremos.

4. * Una Empresa posee en su cartera de valores 20 letras del Tesoro emitidas a 364 días, así como una letra de cambio por importe de 18.030 € y otra por importe de 9.015 €. El vencimiento de las Letras del Tesoro es dentro de 235 días. El vencimiento de la Letra de Cambio de 18.030 € es dentro de 35 días. El vencimiento de la Letra de Cambio de 9.015 € es dentro de 160 días.

La Empresa decide vender dichos activos para amortizar parcialmente parte de un Préstamo que concertó por importe de 511.000 €, a un plazo de diez años a un tipo de interés efectivo del 7 %, que se amortiza por el sistema Francés con cuotas semestrales.

El tipo de interés de mercado de las Letras del Tesoro viene determinado por la última subasta de letras del tesoro a 364 días, en el que el precio medio se fijó en el 96,500 %.

El tanto de descuento que nos aplica el banco es del 5 % , y la comisión del 0,25% del nominal.

Determinar:

- a) El efectivo que podremos obtener de la venta de las Letras del Tesoro y del descuento de los efectos que la empresa posee en cartera.
- b) la cantidad que hemos estado pagando semestralmente derivada de la contratación del préstamo por importe de 511.000 €
- c) La cantidad que pagaríamos del préstamo, si redujéramos su principal en la cuantía resultante de la venta de las letras del tesoro y del descuento de los efectos y mantuviéramos su duración.

5. *Cierta empresa dispone de los siguientes bienes:

- a) Una finca rústica, por la que podría recibir un arrendamiento semestral de 800 € con un pago de 30 € anual en concepto de contribución. El tipo de interés aplicado en valoración de fincas es un tanto efectivo anual del 5%.
- b) Un efecto comercial, de cuantía 4000 € al que le faltan 40 días para su vencimiento, y que la entidad financiera con la que trabaja le descuenta aplicando un tipo de descuento del 6,5%, con una comisión del 0,2%.
- c) 10 Letras del Tesoro que se amortizan dentro de 400 días. (El tipo de interés de mercado de las Letras del Tesoro viene determinado por la última subasta de Letras del Tesoro a 18 meses, siendo éste del 3,9%).

Determinar el valor actual de su patrimonio

Dicha empresa necesita 60.000 €, si se desprende de todos sus bienes, determinar la cuantía del término amortizativo de la operación de préstamo que debe solicitar, si la duración de la operación es de 5 años y amortización anual por el método francés y se le aplica un tanto efectivo del 7% .

6. *La empresa “X” necesita obtener liquidez, para ello realiza las siguientes operaciones:
- a.1) Venta de una letra del Tesoro emitida a 364 días. La letra vence dentro de 150 días, el tipo de interés de mercado en el momento de la venta es del 3,75%. El tipo de interés de emisión de la letra es del 3,50%. Las comisiones aplicadas en la suscripción y en la venta son del 2%.
 - a.2) Descuenta una letra de cambio por importe de 6.000 €, la letra tiene su vencimiento dentro de 90 días, el tipo de descuento aplicado por la entidad financiera “BBC” es del 5%, la comisión del 0,25 % y el timbre de 3,6 €

Calcular:

- a) Efectivo que obtendremos en cada una de las operaciones.
- b) Rentabilidad efectiva obtenida por la Empresa X en la operación de compra y venta de la letra del Tesoro.
- c) Coste efectivo para la Empresa X en el descuento de la letra de cambio.
- d) Rentabilidad efectiva para la Entidad Financiera “BBC” en el descuento de la Letra.

- e) Sí la operación de descuento se realiza con compensación, siendo el importe de la retención del 30 % del nominal y remunerándose al 2 %, recalcular el coste y rentabilidad efectiva.
7. *El 01/01/1.995 abrimos una cuenta de ahorro-vivienda, con aportaciones mensuales al final de cada mes, por importe de 1.000 € a excepción de los meses de Junio y Diciembre, siendo las aportaciones en estos meses del doble de los otros meses. La Entidad financiera remunera la cuenta al 4% anual efectivo. El día 01/01/2.000 adquirimos un piso por importe de 120.000 € aportando como entrada la cuantía ahorrada en la cuenta de ahorro-vivienda.

El resto del importe, hasta alcanzar el valor del piso, se obtiene mediante la formalización de una operación de préstamo con la Entidad Financiera A, por plazo de diez años, con cuotas de amortización constantes y trimestrales, siendo el tipo de interés que nos cobra la Entidad Financiera del 6 % nominal anual.

El 01 de Enero de 2.002 decidimos cancelar la operación de préstamo con la Entidad Financiera A, ya que la Entidad Financiera B nos ofrece un tipo de interés del 5,5 % nominal anual con sistema francés de amortización y pagos mensuales, siendo ahora la duración del nuevo préstamo de seis años.

Se pide:

- a) Calcular el importe constituido a fecha 31/12/1.999.
- b) El tipo de interés anual efectivo del préstamo de la Entidad A y de la Entidad B.
- c) El importe del préstamo a formalizar con fecha 01/01/2.000.
- d) El importe del préstamo a formalizar con fecha 01/01/2.002 y el término amortizativo del mismo.
8. *Poseemos los siguientes Activos y Pasivos financieros.
- a.1.) El derecho a una renta de 3.500 € al mes, postpagable, durante un período de veinte años.
- a.2.) Una finca rústica arrendada por un precio de 36.000 € semestrales pagaderos a principios de semestre, los gastos que nos origina la misma son de 12.000 € anuales imputables al finalizar el año.

- a.3.) Diez letras del Tesoro que le faltan 50 días para su vencimiento.
- a.4.) Una letra de cambio de nominal 5000 € a la que le falta 125 días para su vencimiento.
- a.5.) Nos quedan 64 pagos mensuales por importe de 1.200 € de un préstamo formalizado a un tipo de interés fijo del 4,20 % nominal anual, con sistema de amortización francés.

Calcular el valor inicial del patrimonio teniendo en cuenta que:

- 1) Que el tanto efectivo de valoración es del 4 %.
 - 2) Que el tipo de interés de mercado para las Letras del Tesoro en el momento de valoración es del 3,50 % y la comisión que cobra el Banco por la gestión de venta de las letras es del 0,5% del nominal.
 - 3) Que el Banco aplica un tipo de interés en el descuento de efectos del 6 %, así como una comisión del 1 % sobre el nominal.
9. *Tenemos un capital de 35.000 € disponibles el 02-09-2.002. Las ofertas para invertir dicho capital a plazo de noventa días son las siguientes:
- a) Un depósito con interés nominal anual del 3,50 %, con pago de intereses de forma mensual.
 - b) Un depósito con interés nominal anual y pago trimestral de intereses del 2,75 % para los 6.000 primeros €, del 3,25% para el tramo de 6.001 € a 12.000 € y del 3,75 % para el resto del capital.

Calcular la rentabilidad efectiva anual de cada una de las opciones.

¿Cual sería el importe mínimo del depósito para que la opción B fuese más rentable para el inversor que la opción A?

10. *El banco X concede un préstamo hipotecario al señor Y. La cuantía del capital prestado es el 80% del precio de tasación del piso y la amortización se efectuará mediante mensualidades constantes a lo largo de 10 años. El tipo de interés nominal se fija en el 10,5% anual. Los gastos iniciales que ocasiona el préstamo son:

- Comisión de apertura: 2% del capital prestado.
- Comisión de estudio: 0,3% del capital prestado.
- Gastos de notaría: 450 €
- Gastos de registro: 300 €
- Impuesto de A.J.D.: 0,5% del capital prestado.
- Gastos de tasación y gestoría: 240 €
- Comisión de cancelación anticipada: el 3% del capital pendiente.

Sabiendo que el precio de tasación del piso es de 300.000 €, obtener:

- a) Mensualidad que ha de pagar para amortizar el préstamo.
- b) Préstamo pendiente de amortizar cuando ya han transcurrido 4 años completos y cuantía que habrá que entregar si cancela el préstamo en ese momento.
- c) TAE al que resulta la operación.
- d) Tanto efectivo de coste para el prestatario sabiendo que al finalizar los 10 años ha de cancelar la hipoteca del piso, lo que le origina los gastos de notaría y registro que arriba se indican.

Nota: Los ejercicios marcados con un asterisco se proponen para ser resueltos por los alumnos.