



**PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT.**  
**CURS 2019-2020**

**Acta de la reunió de coordinació PAU de la Comissió de Matèria amb el professorat dels centres de secundària.**

Acta de la reunión de coordinación PAU de la Comisión de Materia con el profesorado de los centros de secundaria.

<b>Matèria:</b> Materia:	<b>Matemáticas II</b>
-----------------------------	-----------------------

**Acta conjunta de les tres províncies / Acta conjunta de las tres provincias**

<b>Lloc:</b> Lugar:	Castellón, Universitat Jaume I. Aula TD1101 (asistentes 87). Elche, Universidad Miguel Hernández. Aula 1.4 Edificio Altabix (136 asistentes) Valencia, Salón de actos de la ETSEAMN, 2ª planta del edificio 3G de la Universitat Politècnica de València (asistentes 227).
<b>Data:</b> Fecha:	Castellón: 28 de octubre de 2019 Elche: 29 de octubre de 2019 Valencia: 29 de octubre de 2019
<b>Hora:</b> Hora:	Castellón: 16:00 Elche: 18:00 Valencia: 18:00

**SI** Se celebrará segunda reunió de coordinació d'aquesta matèria / Se celebrará segunda reunión de coordinación de esta materia.

Ordre del dia de la segona reunió de coordinació / Orden del día de la segunda reunión de coordinación:

- 1.- Cambio del modelo de examen en las PAU

**A) Ordre del dia / Orden del día.**

1. Informe de l'Especialista.
2. Coordinació de les PAU del curs 2019/2020.
3. Torn obert de paraules.

## **B) Desenvolupament de la reunió / Desarrollo de la reunión.**

### **1. Informe de l'Especialista.**

**Castellón:** La reunión se hizo de forma conjunta con la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, cuyo especialista fue el primero en intervenir.

Al final de su intervención, los dos especialistas comentamos que había un escrito de la sociedad española de profesores de matemáticas que insistían en el uso de cualquier tipo de calculadoras en los exámenes, poniendo como ejemplo los exámenes de acceso a la universidad de otras naciones europeas. Se dijo que se abrirá un debate a lo largo de este año y se les dio la información de la página web donde está colgado dicho informe. No obstante, los especialistas señalamos que el tipo de examen que se exige en esos países no se parece al nuestro y que, en general, consta de dos partes, en una de la cuáles no se admiten calculadoras.

A continuación, la especialista de Matemáticas II empezó la reunión de esta asignatura comentando que se mantenía la misma estructura del examen para este curso, pero que el bloque de Probabilidad y Estadística entraría en el curso 2020-21, ya que la mayoría de comunidades autónomas ya incluyen este bloque en sus exámenes. Se abrió un debate sobre este tema, donde los profesores presentes insistieron que el temario de la asignatura era muy amplio para el tiempo del que se dispone; sobre todo teniendo en cuenta que en la Comunidad Valenciana sólo hay cuatro horas de la asignatura a la semana. Yo dije que era algo a tener en cuenta, sobre todo si se ponía en marcha la comisión nacional para evaluar los modelos actuales de las distintas comunidades.

En segundo lugar, comenté los resultados obtenidos el año pasado en las dos convocatorias; en particular los pobres resultados obtenidos en la convocatoria ordinaria. Los profesores presentes, aunque aceptaron que todo lo preguntado en junio se adecuaba al temario vigente, hicieron hincapié en el hecho de que la opción A del examen era muy larga y fue la preferida por los alumnos al estar el problema de optimización en la opción B, que era mucho más corta. Insistieron que este problema era muy complicado, ya que los alumnos de ciencias de la salud no ven física en segundo de bachillerato y eso los condiciona mucho para elegir este tipo de problemas.

Yo insistí en el hecho de que había muchos alumnos que habían sacado un 10, lo que indicaba que el examen era adecuado a su nivel, y que nosotros siempre resolvemos íntegros todos los exámenes y procuramos no invertir más de media hora en cada uno de ellos. No obstante, lo tendremos en cuenta en la preparación de los próximos exámenes.

**Valencia:** El profesor Antonio Galbis empezó comunicando que el nuevo especialista de materia de la Universidad Politécnica de Valencia es Fernando Giménez Palomares en sustitución de Manuel López Pellicer, a quien agradeció el buen trabajo realizado a lo largo de todos los años en que ha formado parte de la comisión. A continuación, informó de las pruebas de Acceso del curso 2018/2019, apoyando su informe con un power point. Comentó detenidamente los resultados de junio y julio, y lamentó el resultado obtenido en la prueba de junio. También informó acerca de las muchas reclamaciones oficiales recibidas y comentó que se incluirían en el acta de la presente reunión las soluciones completas de las dos opciones de examen de junio 2019, que formaban parte del documento de respuesta oficial a las reclamaciones.

**Alicante-Elche:** La reunión se hizo conjunta con las dos universidades, Universidad de Alicante y Universidad Miguel Hernández de Elche.

En primer lugar, el especialista de la Universidad Miguel Hernández, Javier Toledo Melero tomó la palabra para dar la bienvenida y comentar que dejaba el cargo de especialista en este curso. A continuación se procedió a presentar al nuevo especialista de Matemáticas II por la Universidad Miguel Hernández de Elche, Ángel Sánchez Barbié. Se informó de la nueva asesora de la asignatura, Teresa Bort, del IES Politècnic. El especialista por la Universidad de Alicante, Juan Manuel Conde Calero también tomó la palabra para dar la bienvenida a los asistentes.

Los especialistas de Matemáticas II comentaron que para este curso se mantenía la misma estructura de examen que en los cursos anteriores, pero que para el siguiente curso se incorporaría al temario, la parte de Estadística y Probabilidad, centrándose más en la parte de probabilidad.; es decir el cálculo de probabilidades. Se comentó que había una propuesta por parte de la Comisión de Materia de cambiar la estructura del examen a cuatro problemas en cada opción, con dos apartados cada uno y que las puntuaciones de cada una de las partes cambiarían también.

El profesorado asistente, estuvo debatiendo sobre este tema insistiendo en que el temario era muy amplio para además incluir la parte de probabilidad y que no tenían tiempo suficiente debido a que sólo contaban con cuatro horas semanales. Algunos propusieron que se redujeran las demás partes del temario si se incluía la parte de probabilidad.

Se les comentó por parte de la mesa, que ya había reducción en los acuerdos tomados hace años en el contenido de los problemas. Y volvieron a insistir que no podían asumir más materia por falta de tiempo.

Se prosiguió comentando los resultados obtenidos el curso pasado. Los profesores incidieron en que los malos resultados se debieron a la dificultad de las dos opciones y al escaso tiempo que hubo para realizar el examen completo, aunque todos estuvieron de acuerdo en que lo preguntado se ajustaba al temario publicado.

Los especialistas indicaron que hubo más de 1500 estudiantes que sacaron una nota por encima de 7 y que cerca de 500 sacaron entre 9 y 10.

Se informó del tema de las calculadoras indicando que nada cambia con respecto a cursos anteriores y las calculadoras permitidas, que se podrán usar, serán las mismas que hasta ahora. No hubo ningún tipo de discusión en este tema, salvo alguna queja en un tribunal de no dejar usar a un alumno durante quince minutos, una calculadora que luego resultó ser permitida.

## **2. Coordinació de les PAU del curs 2019/2020.**

**Castellón:** Insistí en que se mantenía la misma estructura del examen para este curso pero que el curso siguiente incluiría un problema del bloque de Probabilidad y Estadística. Los especialistas tendríamos reuniones a lo largo del curso y que, si era necesario, volveríamos a convocar una reunión en marzo-abril.

**Valencia:** Se informó acerca del mantenimiento de la estructura del examen para el curso actual y se anunció un cambio en el modelo de examen para el curso 2020/2021 con la inclusión del bloque de probabilidad. En concreto, se informó que el examen constaría de 4 preguntas y que la puntuación se distribuiría del siguiente modo: 3 puntos para el bloque de análisis, 3 puntos para el bloque de álgebra, 2,5 puntos para el bloque de geometría y 1,5 puntos para el bloque de probabilidad. En cuanto a la probabilidad sólo se exigirían probabilidades discretas (propiedades elementales, ley de Laplace, Teorema de Bayes y distribución binomial) con el compromiso de no exigir la distribución binomial al menos el primer año.

**Alicante-Elche:** Se indicó, como ya se dijo en el primer punto, que la estructura del examen se mantendría para este curso 2019/2020 y que el próximo curso 2020/2021 cambiaría para incorporar la parte de Probabilidad y Estadística, informando de la propuesta de la Comisión de Materia y que se llegaría a un acuerdo del tipo de examen y la puntuación de cada uno de los problemas, que se comunicará a todos los Centros de Bachillerato. La propuesta consistirá en realizar un examen con 4 preguntas, una de cada bloque, con dos apartados cada pregunta. Las puntuaciones serán: 3 puntos para el bloque de análisis, 3 puntos para el bloque de álgebra, 2.5 puntos para el bloque de geometría y 1.5 puntos para el bloque de probabilidad. En la parte de probabilidad se exigirá el cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace, Teorema de Bayes y distribución binomial, no se exigirá la distribución normal ni el cálculo combinatorio.

Se informó también de la nueva estructura de la prueba PAU para este curso, en la que el día y hora de los exámenes de matemáticas había cambiado. De manera unánime querían que la prueba de Matemáticas II se realizara a primera hora de la mañana

### 3. Torn obert de paraules.

**Castellón:** Los asistentes insistieron que se tuviera en cuenta que se había ampliado el temario sin hacerlo con el número de horas y que, además, era obligatoria para los alumnos de Ciencias de la Salud y su nivel también es más bajo. Pura Vindel dijo que tendría en cuenta sus comentarios y los comunicaría al resto de la comisión; también presentó a la nueva asesora, Teresa Bort del IES Politècnic, para que le mandarían sus sugerencias y las pudiera presentar en las reuniones que se celebraran para estudiar los criterios de los próximos exámenes.

**Valencia:** Hubo muchas intervenciones críticas con la prueba de junio y se acusó a la comisión de falta de autocrítica. Los profesores presentes, aceptando que todo lo preguntado se adecuaba al temario, insistieron en que el examen de junio ha sido más largo y difícil que los exámenes de años anteriores. Antonio Galbis insistió en que, si bien la comisión lamentaba el resultado de junio, las cuatro propuestas de examen se habían preparado siguiendo los mismos criterios de años anteriores.

En cuanto a la inclusión del bloque de probabilidad en pruebas futuras, los asistentes insistieron en la imposibilidad de explicar todo el temario sin aumentar el número de horas. Se hicieron las siguientes peticiones:

1. Aplazar a 2022 la inclusión del bloque de probabilidad para poder planificar con tiempo también primero de bachiller.
2. Convocar una segunda reunión en abril de 2020 en la que presentarían propuestas para delimitar las partes del temario susceptibles de ser preguntadas en el examen de las PAU.
3. Solicitar a consellería una hora semanal adicional en la docencia de matemáticas II, pues de lo contrario no es factible cubrir el temario oficial.

**Alicante-Elche:** En el turno de preguntas se propusieron varios temas

Uno de los profesores asistentes indicó que había una diferencia de varias décimas, significativa, en las calificaciones medias y porcentaje de aprobados respecto a los centros adscritos a la Universidad de Alicante frente a los adscritos a la Universidad Miguel Hernández de Elche, siendo la nota de Alicante inferior a la de la Miguel Hernández. Ángel Sánchez, nuevo especialista de matemáticas, indicó que la diferencia no era sólo con respecto a la Universidad Miguel Hernández, era con las restantes universidades. Los resultados de las cuatro universidades han sido significativamente superiores a los obtenidos en la Universidad de Alicante y se debía analizar. El profesor Juan Manuel Conde intervino confirmando que es así y que este junio eran once los profesores correctores (algunos de centros de Bachillerato y otros de la UA), número similar a otros cursos anteriores y los criterios que se aplican en la corrección son los que mantienen la puntuación que figura en los apartados de cada problema que figura en el enunciado. Por tanto, también mostró su sorpresa por este hecho, que será planteado en la Comisión de Materia.

Una de las profesoras asistentes propuso que el examen de matemáticas II tuviera una duración de 2 horas en lugar de una hora y media y ya que este curso el examen comenzará a las 9:30, propuso que comenzará a las 9:00 y acabará a las 11:00

Muchos de los profesores asistentes propusieron también que el examen fuera más corto, y que no se pusiera un problema de optimización transversal.

Por último, la mayoría de los asistentes indicaron que hiciéramos hincapié en acortar el temario de la asignatura en los bloques de Geometría, Análisis y Álgebra ya que se iba a incorporar el bloque de Estadística y Probabilidad. Se volvió a contestar indicando que el contenido se ha reducido en acuerdos tomados ya hace tiempo. Pero se tratará el tema en la Comisión de Materia,

### **C) Propostes per a la Subcomissió Acadèmica / Propuestas para la Subcomisión Académica.**

Solicitar a consellería una hora semanal adicional en la docencia de matemáticas II, pues de lo contrario no es factible cubrir el temario oficial.

## D) Observacions / Observaciones.

### MATEMÁTICAS II. PAU CURSO 2019-2020

#### Características del examen.

La prueba consta de dos opciones de las cuales el alumno deberá elegir una y contestar todos los problemas que en ella se proponen. Cada una de las opciones tiene tres problemas: uno del núcleo de Álgebra lineal, uno del núcleo de Geometría y uno del núcleo de Análisis. En cada opción, uno de los tres problemas, como máximo, corresponderá al núcleo de resolución de problemas, siendo transversal con alguno de los núcleos anteriores.

#### Criterios de corrección.

- Cada problema se puntuará hasta 10 puntos. Se indicará la puntuación parcial que corresponde a cada subapartado. En la calificación se considerará siempre el planteamiento, el desarrollo ordenado y la exactitud del resultado obtenido. Para estimar como correcto un resultado deberá estar acompañado de la justificación de su obtención, que en ningún caso se podrá reducir a una simple manipulación con una máquina de calcular.
- La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

**Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.**

#### Acuerdos mantenidos de años anteriores sobre la propuesta de las pruebas.

##### Respecto a la integración.

- a) De integración de funciones racionales solo se pedirá integrar funciones racionales con grado de denominador menor o igual a tres, y en este último caso con una raíz entera.
- b) Los cambios de variable serán de tipo lineal.
- c) Se exigirá el método de integración por partes aplicado a funciones sencillas, (como  $x^2 \sin x$ ).

##### Respecto al cálculo de límites:

Se acordó limitarlos a casos sencillos, dejando claro el interés en el conocimiento conceptual de los conceptos de límite de una sucesión y de una función, así como que la utilización de infinitésimos e infinitos equivalentes no se exigirá, si bien se

consideraba muy interesante su utilización en el cálculo de límites.

### **Respecto de teoremas de las funciones derivables:**

Teoremas de Rolle, de Cauchy, de incrementos finitos y Regla de L'Hôpital en los casos  $\infty/\infty$ ,  $0/0$ ,  $0 \cdot \infty$ .

### **Respecto a representación de funciones**

Se acordó pedir solo la representación gráfica de funciones elementales, es decir: polinómicas, racionales con grado de denominador menor o igual a tres (y en este último caso con una raíz entera), exponenciales, logarítmicas, circulares (seno, coseno, tangente y sus inversas), así como composiciones de funciones afines con algunas de las anteriores. En la representación de funciones está incluido el cálculo de las asíntotas, en su caso, como aplicación del concepto de límite.

La información sobre las pruebas de acceso se puede encontrar en la página web

<http://www.ceice.gva.es/web/universidad/inicio>

y

<http://www.ceice.gva.es/es/web/universidad/inicio>.

## **Soluciones de las dos opciones de junio 2019**

**Soluciones Opción A MATEMÁTICAS II JUNIO 2019**

**Problema A.1**

a) (2+2 puntos)  $|A| = 1 \begin{vmatrix} a+1 & 2 \\ a-1 & a \end{vmatrix} + a \begin{vmatrix} -2 & a+1 \\ -3 & a-1 \end{vmatrix} = a^2 + a - 2a + 2 + a(-2a + 2 + 3a + 3) = 2a^2 + 4a + 2 = 2(a+1)^2$ . Si  $a \neq -1$  el rango es 3. Para  $a = -1$  el rango es 2, pues  $\begin{vmatrix} -1+1 & 2 \\ -1-1 & -1 \end{vmatrix} = 4 \neq 0$ . Cuando  $a = 1$  se tiene  $|A| = 8$ , luego  $|2A^{-1}| = \frac{2^3}{|A|} = 1$ .

b) (3 puntos)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ , al ser la segunda fila igual a la

primera por  $-2$  el sistema a resolver es  $\begin{matrix} x - z = -1 \\ -3x - 2y - z = 0 \end{matrix}$ , luego  $\begin{matrix} z = x + 1 \\ -3x - 2y - x - 1 = 0 \end{matrix}$ ,

por lo que  $\begin{matrix} z = x + 1 \\ 2y = -4x - 1 \end{matrix}$ . La solución es  $(x, y, z) = (t, -2t - \frac{1}{2}, t + 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .

c) (3 puntos) De  $3B^2 + 6B = I$  se deduce que  $B(3B + 6I) = I$ , luego  $B$  es invertible,  $B^{-1} = 3B + 6I$ , y  $m = 3$  y  $n = 6$ .

**Problema A.2**

a) (3 puntos) Al despejar la  $x$  en las dos ecuaciones de la recta  $r$  se tiene  $x = y - 3 = \frac{z-3}{2}$ , luego  $r$  y  $s$  tienen el mismo vector director  $v = (1, 1, 2)$ . Un punto de  $r$  es  $A = (0, 3, 3)$ . Puesto que  $0 \neq 3 + 1$  se tiene  $A \notin s$ , luego las rectas son paralelas. Un punto de  $s$  es  $B = (0, -1, 2)$ , luego  $BA = (0, 4, 1)$  y el plano pedido es  $(x, y, z) = (0, 3, 3) + t(1, 1, 2) + s(0, 4, 1)$ , con  $t$  y  $s$  parámetros reales, o

bien  $\begin{vmatrix} x & y-3 & z-3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 4z - y - 7x - 9 = 0$ .

b) (4 puntos) Un punto  $C$  de  $r$  es  $C = (x, x + 3, 2x + 3)$ . El vector  $PC = (x, x + 4, 2x + 1)$ , luego  $PC$  es perpendicular a  $v$  si  $0 = PC \cdot v = x + x + 4 + 4x + 2$ , por lo que  $x = -1$  y la solución es la recta que pasa por  $P = (0, -1, 2)$  y  $C = (-1, 2, 1)$ , es decir  $x = \frac{y+1}{-3} = z - 2$ .

c) (3 puntos) Un punto de la recta  $s$  es  $(x, x - 1, 2x + 2)$ , y al pedir que esté en el plano  $\pi$  se verificará que  $x - 2x + 2 + 2ax + 2a = b$ , lo que exige que  $-1 + 2a = 0$  y  $2 + 2a = b$ , es decir  $a = 1/2$  y  $b = 3$ .

**Problema A.3**

a) (3 puntos)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2xe^{x^2}} = 0$ , luego  $y = 0$  es asíntota horizontal.  $f'(x) = e^{-x^2} - 2x^2 e^{-x^2} = (1 - 2x^2)e^{-x^2}$ . Las soluciones de  $1 - 2x^2 = 0$  son  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$  y  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . Luego la derivada es positiva (y la función creciente) en  $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$  y es negativa (y la función decrece) en  $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}})$  y en  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty)$ . Por tanto hay un mínimo relativo en  $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{1}{2}}) = (-0,71, -0,43)$  y hay un máximo relativo en  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{1}{2}}) = (0,71, 0,43)$ .

b) (2 puntos) Es suficiente darse cuenta de que la gráfica es simétrica respecto al  $(0, 0)$ , crece desde  $(0, 0)$  hasta  $(0,71, 0,43)$  y decrece desde este punto, siempre con valores positivos, con  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{x^2}} = 0$ .

c) (1 punto) La condición  $0 = g(0) = g(1) = \frac{1}{e} + a$  implica que  $a = -\frac{1}{e}$ .

d) (4 puntos)  $\int x e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} e^{-x^2} + C$  es inmediata. La segunda se integra por partes ( $u = x$  y  $v = -e^{-x}$ ). Resulta

$$\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + \int e^{-x} dx = -(x+1)e^{-x} + C$$



## Soluciones Opción B MATEMÁTICAS II JUNIO 2019

### Problema B.1

a) (4 puntos) De  $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$  y  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 7 & 9 & 11 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$  (columna 2-col.1

y col.3-col.2) se deduce que el sistema es compatible (Rouché-Frobenius) si y solo

si  $0 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 7 & 9 & \alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & \alpha \end{vmatrix} = \alpha + 24 - 28 - 10 = \alpha - 14$ . Luego es compatible

si  $\alpha = 14$  e incompatible si  $\alpha \neq 14$ .

b) (4 puntos) Cuando  $\alpha = 14$  al restar de las ecuaciones  $2^a$  y  $3^a$  la  $1^a$  multiplicada por 3 y por 7, respectivamente, se obtiene  $\begin{matrix} y + 2z & = & -7 \\ 2y + 4z & = & -14 \end{matrix}$ , luego  $z = t$ ,  $y = -7 - 2t$ , y de  $x + y + z = 4$  se deduce  $x = 4 + 7 + 2t - t = 11 + t$ , siendo  $t$  un parámetro real.

c) (2 puntos) Al sustituir 11 por  $\beta \neq 11$  se tiene que  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 7 & 9 & \beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & \beta - 9 \end{vmatrix} = (\text{col.}$

3-col.2)  $= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & \beta - 11 \end{vmatrix} = \beta - 11 \neq 0$ , luego el nuevo sistema es compatible y determinado.

### Problema B.2

a) (4 puntos) Un punto de  $\pi$  es  $P = (0, 0, 9)$  y un plano paralelo a  $\pi$  es  $\pi' : 9x + 12y + 20z = D$ . La condición  $4 = d(P, \pi') = \frac{|180 - D|}{\sqrt{9^2 + 12^2 + 20^2}} = \frac{|180 - D|}{25}$  implica  $180 - D = 100$  (luego  $D = 80$ ) o  $D - 180 = 100$  (luego  $D = 280$ ). La solución son los planos  $9x + 12y + 20z = 80$  y  $9x + 12y + 20z = 280$ .

b) (4 puntos)  $A = (20, 0, 0)$ ,  $B = (0, 15, 0)$ ,  $C = (0, 0, 9)$ , luego  $AB = (-20, 15, 0)$ ,  $AC = (-20, 0, 9)$ . Entonces  $\cos \alpha = \frac{AB \cdot AC}{|AB| \cdot |AC|} = \frac{400}{25 \cdot 21,93} = 0,7295$  y  $\alpha = 43^\circ 9' 8'' = 0,75315$  radianes.

c) (2 puntos) La base del tetraedro es un triángulo de área  $\frac{1}{2} \cdot |A| \cdot |B| = 150$ . Puesto que la altura mide  $|C| = 9$ , el volumen resulta  $V = \frac{1}{3} \cdot 150 \cdot 9 = 450$ .

### Problema B.3

a) (2 puntos) La posición de los móviles en el instante  $t$  es  $A = (0, 30t)$  y  $B = (250 - 40t, 0)$ . Por tanto la distancia entre ellos es  $f(t) = \sqrt{(250 - 40t)^2 + 900t^2}$ .

b) (4 puntos) El tiempo que tarda el móvil  $A$  para desplazarse hasta la posición final es  $T = \frac{250}{40} = 6,25$ . Coincide con el tiempo que tarda  $B$  en desplazarse hasta el final  $(\frac{375}{2 \cdot 30})$ . La función cuadrado de la distancia  $g(t) = f(t)^2$  cumple que  $g'(t) = 2 \cdot (250 - 40t) \cdot (-40) + 1800t = 500t - 20000$ . Por tanto  $f$  decrece en  $[0, 4]$  y crece en  $[4, 6,25]$ .

c) (4 puntos) Puesto que  $f(0) = 250$ ,  $f(4) = 150$  y  $f(6,25) = 187,5$  concluimos que la mínima distancia se alcanza en  $t = 4$  horas y vale 150 kilómetros, mientras que la máxima distancia se alcanza en  $t = 0$  y vale 250 kilómetros.

....., a ..... de ..... de .....

**L'especialista,**  
El/La especialista,

Castellón, a 28 de octubre de 2019.  
La especialista, Purificación Vindel

Valencia, a 29 de octubre de 2019  
Los especialistas,  
Antonio Galbis Verdú y Fernando Giménez Palomares.

Elche, a 29 de octubre de 2019  
Los especialistas,  
Juan Manuel Conde Calero y Ángel Sánchez Barbié.