

Una Aplicación Informática para la Enseñanza de las Transformaciones Geométricas 3D

Claire Lastennet¹
ENST Bretagne
F-29285 Brest cedex

José Ribelles²
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos
Universitat Jaume I
E-12071 Castellón

Resumen

Las transformaciones geométricas tridimensionales constituyen un punto clave dentro de la docencia de la materia Informática Gráfica. Estas transformaciones son la base para construir escenarios tridimensionales en cualquier tipo de aplicación: realidad virtual, CAD, simuladores de vuelo, juegos de ordenador, etc. Su docencia en pizarra presenta un inconveniente muy importante que es la visualización de la tercera dimensión lo que repercute seriamente en el aprendizaje de la materia. Este artículo presenta una aplicación informática interactiva que ayuda a entender y utilizar de forma correcta las transformaciones geométricas 3D. Su principal característica es mostrar una animación de la transformación geométrica indicada por el usuario. De esta forma, en su docencia teórica, el profesor consigue que los estudiantes vean una animación en tres dimensiones del problema y de su solución. Por otra parte, en las aulas informáticas, los estudiantes pueden utilizar la aplicación para practicar, experimentar y resolver nuevos problemas.

<http://www3.uji.es/~ribelles/Investigacion/3GT/>

1. Introducción

Las transformaciones geométricas tridimensionales permiten construir escenarios en tres dimensiones a partir de primitivas geométricas simples (esfera, cubo, cono, cilindro, etc). En concreto, las transformaciones de traslación, escalado y rotación son indispensables para esta tarea y constituyen un punto muy importante en la docencia de la materia Informática Gráfica [3]. Mediante la composición de distintas transformaciones geométricas aplicadas sobre las distintas primitivas se consigue tanto crear objetos de mayor complejidad como posicionarlos en una determinada región del espacio.

La docencia de las transformaciones geométricas 3D presenta un importante problema: la representación de la transformación. Es decir, cómo mostrar una traslación, un escalado o una rotación sobre una primitiva geométrica en tres dimensiones. Por ejemplo, si se desea hacer algo tan simple como girar un cubo un ángulo dado alrededor de un eje de coordenadas resulta muy complicado de explicar mediante dibujos 2D que sólo muestren la situación inicial y final del cubo, y que no muestran como el cubo sufre dicha transformación y porqué la situación final es la que es.

La solución que se propone es una aplicación informática interactiva cuyas principales características son:

¹ Mientras disfrutaba una beca Erasmus en la Universitat Jaume I, curso 2001-2002

² Autor de contacto, (+34)964728318, ribelles@lsi.uji.es, <http://www3.uji.es/~ribelles/>

- Mostrar mediante una animación el resultado de aplicar una transformación sobre una primitiva geométrica.
- Permitir estudiar cómo el orden en que se aplica una serie de transformaciones produce distintos resultados.
- Generar de forma automática el programa, que representa a la escena dibujada, utilizando exclusivamente órdenes del estándar gráfico OpenGL [1].

2. Las Transformaciones Geométricas 3D

Las transformaciones geométricas 3D que se estudian son tres en concreto: traslación, escalado y rotación.

- **Traslación.** Consiste en desplazar un objeto a una nueva posición. Las nuevas coordenadas se obtienen mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} - x' &= x + Tx \\ - y' &= y + Ty \\ - z' &= z + Tz \end{aligned}$$

donde (Tx, Ty, Tz) son los factores de traslación (ver figura 1a).

- **Escalado.** Consiste en cambiar el tamaño de un objeto. Las nuevas coordenadas se obtienen mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} - x' &= x Sx \\ - y' &= y Sy \\ - z' &= z Sz \end{aligned}$$

donde (Sx, Sy, Sz) son los factores de escalado (ver figura 1b).

- **Rotación.** Consiste en girar un objeto alrededor de uno de los ejes de coordenadas. Respecto al eje Z, por ejemplo, las nuevas coordenadas se obtienen mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} - x' &= x \cos(\alpha) - y \sin(\alpha) \\ - y' &= x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha) \\ - z' &= z \end{aligned}$$

donde α es el ángulo de giro (ver figura 1c).

Las transformaciones geométricas constituyen la base para la construcción de escenarios tridimensionales en aplicaciones como realidad virtual, CAD, simuladores de vuelo, etc. Estos escenarios se construyen a partir de primitivas geométricas simples: esfera, cubo, cilindro, cono, etc. Incluso, los objetos más simples requieren de un mínimo conjunto de transformaciones (ver figura 2).

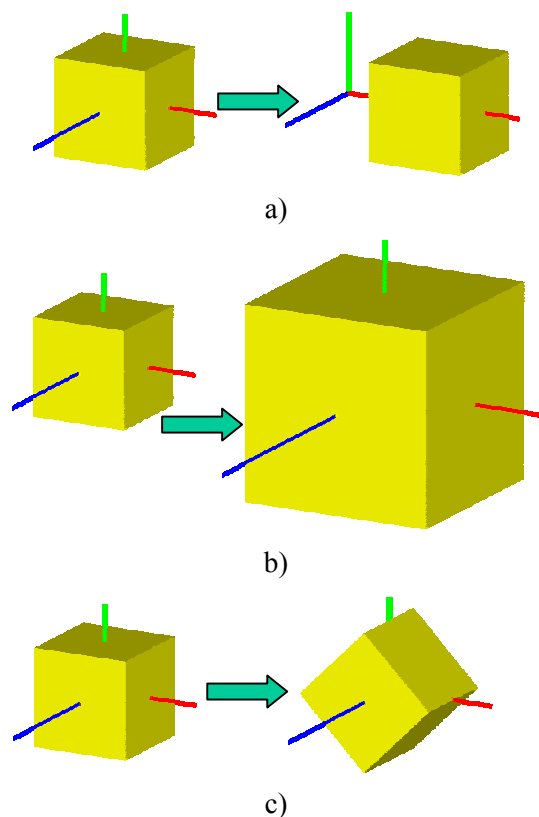
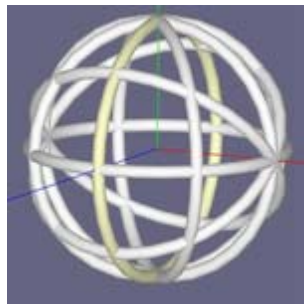


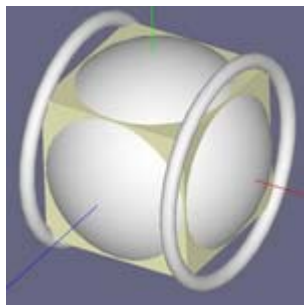
Figura 1. Las transformaciones geométricas 3D: a) traslación; b) escalado; c) rotación.

3. Problemas para el aprendizaje

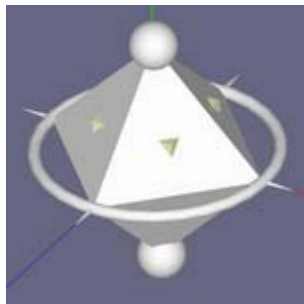
La docencia de las transformaciones geométricas constituye un punto clave en la materia *Informática Gráfica*. En la parte teórica



a)

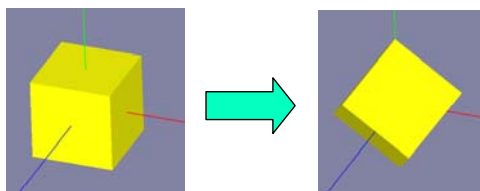


b)



c)

Figura 2. Ejemplos de objetos 3D:
 a) 8 primitivas, 6 transformaciones;
 b) 4 primitivas, 4 transformaciones;
 c) 9 primitivas, 7 transformaciones.



a) b)

Figura 3: Ejemplo de problema.

de la asignatura los alumnos deben resolver problemas del tipo: "Determina la secuencia de transformaciones que consigue que el objeto de la figura 3 pase de la posición a) a la b)".

En la parte de prácticas, los alumnos deben construir un escenario tridimensional utilizando la librería gráfica *OpenGL* [4]. Esta librería proporciona tres órdenes específicas para realizar las transformaciones.

- Traslación: `glTranslatef (Tx,Ty,Tz);`
- Escalado: `glScalef (Sx,Sy,Sz);`
- Rotación: `glRotatef (α ,x,y,z);`

Los problemas que aparecen para el aprendizaje de las transformaciones geométricas son dos:

- La representación de la transformación, es decir, la imposibilidad de representar la transformación en sí misma. Sólo se representa mediante imágenes la situación inicial y final del objeto, pero no es posible observar como se pasa de una situación a otra (ver figura 4). Incluso, elegir el punto de vista para mostrar la situación del objeto es ya un problema.
- Establecer la secuencia correcta de transformaciones. Una serie de transformaciones aplicada en un orden distinto producirá un resultado distinto (ver figura 5).

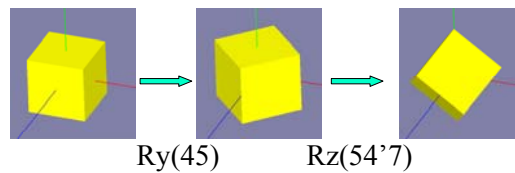


Figura 4. Ejemplo de problema resuelto.

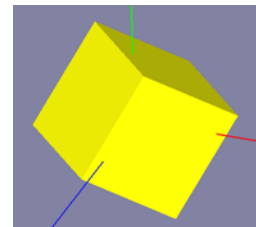


Figura 5. Resultado de aplicar las transformaciones en orden inverso: $Rz(54.7)$ y $Ry(45)$.

4. La aplicación

La solución que se propone es una aplicación informática interactiva (ver figura 6). Presenta tres características principales.

- La primera consiste en mostrar mediante una animación el resultado de aplicar una transformación sobre una primitiva geométrica. De esta forma, se facilita la comprensión de la transformación ya que el usuario observa cómo la primitiva pasa de un estado inicial (estado definido mediante una posición, tamaño y orientación) a otro final resultado de aplicar la transformación. En la figura 7 se muestran 7 imágenes que corresponden a otros tantos instantes en el proceso de rotación de un cono, 90 grados, alrededor del eje X.

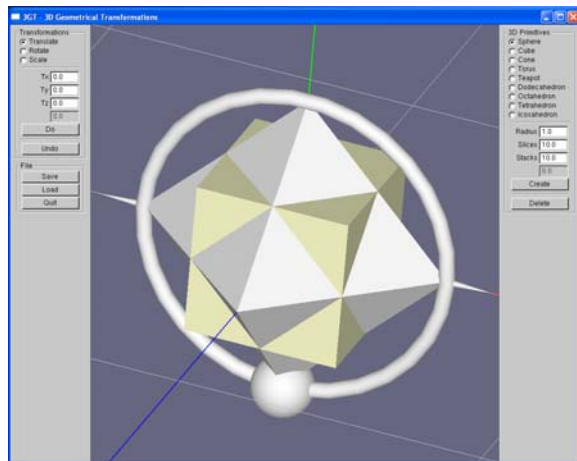


Figura 6. Pantalla de la aplicación.

- La segunda característica que ofrece esta aplicación es permitir estudiar cómo el orden en que se aplica una serie de transformaciones produce distintos resultados. El usuario aplica una transformación que la aplicación, de forma visual, le permite valorar si es correcta o no para lograr su objetivo final y, en el caso de que no lo sea, decidir porqué y corregirla.
- La tercera característica es la generación automática del programa [2], que representa a la escena dibujada, utilizando exclusivamente órdenes del estándar gráfico OpenGL (ver figura

8). La docencia de OpenGL constituye el bloque principal en las prácticas de la materia Informática Gráfica. Esta característica facilita al estudiante el aprendizaje de las transformaciones geométricas 3D, no sólo desde un punto de vista teórico, sino también desde un punto de vista práctico como es la construcción de escenas tridimensionales utilizando OpenGL.

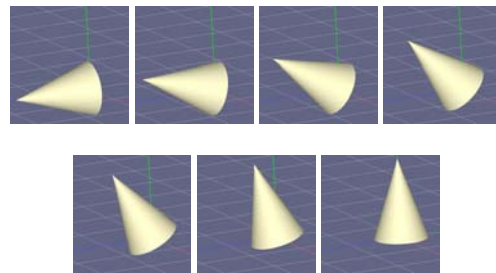


Figura 7. Secuencia de 7 imágenes correspondientes a una transformación de rotación.

```
#include <GL/glut.h>

void scene(void) {

    glutSolidCube(1.0);

    glutSolidSphere(0.7,30,30);

    glPushMatrix();
    glTranslatef(-0.5,0.0,0.0);
    glRotatef(90.0,0.0,1.0, 0.0);
    glutSolidTorus(0.05,0.7,10,30);
    glPopMatrix();

    glPushMatrix();
    glTranslatef(0.5,0.0,0.0);
    glRotatef(90.0,0.0,1.0,0.0);
    glutSolidTorus(0.05,0.7,10,30);
    glPopMatrix();
}
```

Figura 8. Código generado por la aplicación correspondiente al objeto que se muestra en la figura 2b.

Hay otras características que hacen aún más interesante la aplicación. Por una parte la interactividad. El usuario, mediante el uso del ratón, puede fácilmente observar la animación de la transformación desde cualquier punto de vista, repetirla tantas veces como lo considere necesario, seleccionar la primitiva sobre la que

trabajar y hacer y deshacer cualquier operación solicitada. Por otra, la interfaz de usuario ha sido diseñada con mucho cuidado, primando su claridad. Las operaciones de transformación se sitúan en el menú a la izquierda de la ventana de la aplicación, mientras que la selección de las primitivas geométricas se realiza en el menú situado a su derecha. Otras opciones que se han incluido con el fin de facilitar la visualización de la escena 3D son mostrar los ejes de coordenadas y una rejilla a modo de suelo.

Por último, indicar que la aplicación puede ser descargada desde la siguiente página web:

- <http://www3.uji.es/~ribelles/Investigacion/3GT/>

4. Conclusiones y trabajo futuro

La principal conclusión es que se ha desarrollado una aplicación que facilita la enseñanza y permite el autoaprendizaje teórico y práctico de las transformaciones geométricas 3D.

Como trabajo futuro hay varias ampliaciones previstas para realizar a la aplicación. La principal consiste en mostrar las transformaciones realizadas en su forma matricial, pues es como realmente se representan. También sería interesante permitir cambiar el orden de las transformaciones de forma interactiva. Por último, ofrecer la posibilidad de convertir la escena creada en una nueva primitiva geométrica.

Bibliografía

1. Mason Woo, Jackie Neider, Tom Davis, Dave Shreiner, *OpenGL programming guide: the official guide to learning OpenGL*, (Version 1.2), 1999.
2. Mark J. Kilgard, *The OpenGL Utility Toolkit (GLUT): Programming Interface* (API Version 3), 1996, <http://www.opengl.org/developers/documentation/glut/spec3/spec3.html>.

3. James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner, John F. Hughes, *Computer graphics: principles and practice*, Addison-Wesley, 1990, ISBN 0201121107.
4. Edward Angel, *Interactive computer graphics: a top-down approach with OpenGL*, Addison-Wesley, 1997, ISBN 0201855712.