Caracterización de los Modelos Multirresolución de Superficies Poligonales †

José Ribelles ‡

Departamento de Informática, Universitat Jaume I, 12080, Castellón, Spain
ribelles@uji.es

Resumen

Los últimos avances tecnológicos han favorecido la aparición de objetos definidos con un alto grado de detalle y, en consecuencia, su alta disponibilidad para una gran diversidad de aplicaciones. Normalmente, estos objetos se representan mediante complejas superficies poligonales formadas por cientos de miles de polígonos que producen importantes aumentos en los costes de almacenamiento, transmisión y visualización. El modelado multirresolución, que permite representar a un objeto mediante un conjunto de aproximaciones diferentes en complejidad, se ha presentado con éxito como solución para la manipulación eficiente de este tipo de objetos. Aunque las primeras referencias al modelado multirresolución aparecieron ya hace más de veinte años, la mayor parte de los modelos aplicados concretamente a superficies poligonales se han propuesto recientemente. Este informe, tras una breve revisión del modelado multirresolución, presenta una caracterización de los modelos multirresolución de superficies poligonales más destacados. El objetivo que se persigue es hacer fácilmente visibles las semejanzas y diferencias existentes entre ellos. Con este fin, se enumeran una serie de características que comúnmente se han utilizado para definir los modelos multirresolución y que se agrupan según atienden a la aplicación del modelo, a los datos de entrada que manejan o a su propio funcionamiento.

Palabras clave: modelado multirresolución, nivel de detalle, visualización interactiva, compresión de geometría, transmisión progresiva.

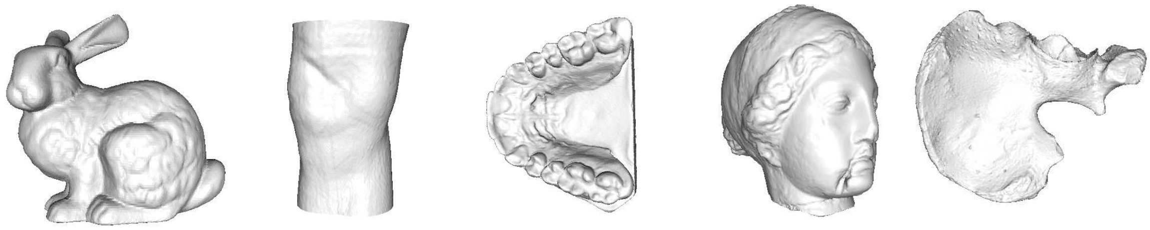
1. Introducción

Los avances tecnológicos han proporcionado extensas bases de datos de objetos representados con alto grado de detalle. Por ejemplo, la adquisición de datos vía satélite, escaners por laser o dispositivos de imagen médica son métodos que, gracias a su alta precisión, permiten crear conjuntos de información tridimensional muy detallados. A su vez, son muchas las aplicaciones que se ven beneficiadas por la disponibilidad de este tipo de objetos. Campos como la cartografía, el diseño asistido por ordenador, la informática gráfica, la visión por ordenador, el análisis de elementos finitos y la visualización científica, los utilizan en aplicaciones como la representación de terreno, realidad virtual, simuladores de vuelo, análisis de estructuras, etc. Normalmente, estos objetos se representan mediante modelos de superficie de malla poligonal. Este tipo de representación es, hoy en día, la más utilizada en el campo de los gráficos interactivos debido a diversas razones como la alta disponibilidad de este tipo de modelos, el que la mayor parte de los programas de visualización existentes los utilicen, o que los sistemas gráficos aceleren la visualización de polígonos. Sin embargo, no es raro que estas superficies o mallas estén formadas por cientos de miles, o incluso millones, de polígonos (ver figura 1) lo que conlleva que los costes de visualización, almacenamiento o transmisión de estos objetos aumenten de forma considerable.

El modelado multirresolución [24] ha sido presentado con éxito como solución para la manipulación eficiente de objetos modelados con alto grado de detalle. Consiste en representar un objeto mediante múltiples aproximaciones o ni-

† Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto TIC99-0510-C02-01 (CICYT, Ministerio de Educación y Ciencia).

‡ Mientras realizaba una estancia en el DSIC de la Universidad Politécnica de Valencia.



(a) (b) (c) (d) (e)

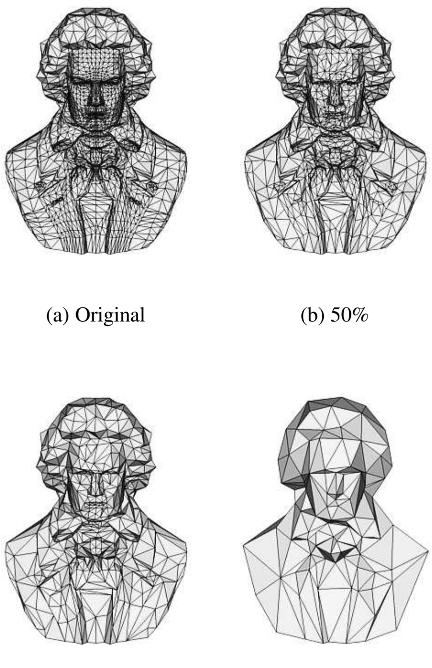
Figure 1: *Ejemplos de objetos definidos mediante polígonos. (a)* Bunny *(69.451 caras), (b)* Knee *(75.264 caras), (c)* Teeth *(233.316 caras), (d)* Venus *(268.714 caras), (e)* Hip *(1.060.346 caras)*

veles de detalle (*lods*) donde cada aproximación o *lod* representa al objeto original utilizando un número diferente de polígonos (ver figura 2). Probablemente, conseguir la visualización interactiva de estos objetos fue la aplicación que ha motivado el desarrollo del modelado multirresolución en mayor medida. Por supuesto, otras técnicas como la eliminación de partes ocultas o la visualización basada en imágenes han sido propuestas como soluciones satisfactorias a este problema. Sin embargo, al modelado multirresolución se le han dado otras aplicaciones que han cobrado tanta importancia como ésta y que también han contribuído de forma notable a su desarrollo. En concreto, nos referimos a la transmisión progresiva de modelos 3D a través de una línea de comunicación y al almacenamiento de forma comprimida.

En este informe se presenta una caracterización de los modelos multirresolución. En general, la idea del modelado multirresolución no es una idea nueva y hace 20 años ya [10] aparecieron los primeros trabajos principalmente aplicados a superficies de terreno en simuladores de vuelo. Sin embargo, el modelado multirresolución de superficies poligonales arbitrarias es relativamente reciente y es aquí donde se centra este trabajo. Son diversos los modelos multirresolución presentados en la literatura y el objetivo de este informe es recoger los más destacados y, mediante una serie de características que comúnmente se han utilizado para definir los modelos multirresolución, hacer visible de una forma sencilla las semejanzas y diferencias existentes entre ellos. Estas caracterísiticas se clasifican en tres grupos:

- Aplicación: atienden a la idoneidad de un modelo para su aplicación a la visualización interactiva, transmisión progresiva o compresión de geometría.
- Funcionamiento: atienden al funcionamiento interno del modelo e informan de funcionalidades especiales como, por ejemplo, el *geomorphing*.
- Entrada: atienden a los datos de entrada de un modelo como, por ejemplo, el tipo de superficie que puede manejar.

En la literatura se han presentado algunos *surveys* de notable valor sobre modelado multirresolución. Puppo y Scopigno [49] presentan un estudio que comienza en los mismos orígenes del modelado multirresolución y comprende simplificación, modelado multirresolución e incluso aplicaciones comerciales. Garland [24] presenta una revisión del modelado multirre-



(a) Original (b) 50%

(c) 25% (d) 5%

Figure 2: *Cuatro aproximaciones distintas del modelo* Ludwig. *El porcentaje representa el número de caras utilizadas en comparación con el original.*

solución partiendo del problema inicial, la simplificación de superficies poligonales, después presenta una clasificación y explica los diferentes esquemas básicos de representación. Ambos trabajos son muy completos, sin embargo, ninguno muestra en detalle las diferencias que existen entre los modelos multirresolución, objetivo perseguido en este informe.

2. Modelado multirresolución

Un modelo multirresolución representa a un objeto mediante un conjunto de aproximaciones de diferente nivel de detalle y permite recuperar cualquiera de ellas bajo demanda. Los primeros modelos multirresolución mantenían un número de aproximaciones relativamente pequeño [21] (normalmente, entre 5 y 10) y se desarrollaron con el objetivo principal de acelerar la visualización de la escena. Más tarde, aparecen los modelos multirresolución que almacenan un rango continuo de aproximaciones y permiten que el nivel de detalle se adapte con mayor exactitud a los requisitos de la aplicación. A los primeros se les ha denominado **modelos multirresolución discretos** y a los segundos **modelos multirresolución continuos**. Ambos tipos de modelos se revisan en las secciones 3 y 4 respectivamente.

Independientemente del tipo de modelo multirresolución (discreto o continuo), siempre que haya que construir una representación multirresolución es necesario disponer de un método de simplificación. Un método de simplificación convierte, de forma automática, una superficie poligonal con alto grado de detalle en una aproximación formada por un número menor de polígonos. Es evidente la estrecha relación entre el modelado multirresolución y la simplificación. El modelado multirresolución necesita de métodos de simplificación que, mediante su aplicación repetida, generen las distintas aproximaciones. La necesidad de utilizar métodos de simplificación también aparece en otros campos de la informática gráfica y también en otras áreas como la visión por ordenador, cartografía, análisis de elementos finitos, etc. Esto ha producido el desarrollo de una gran diversidad de métodos. Cada uno de estos métodos ha sido motivado por unas razones diferentes y, sin embargo, en algunas ocasiones llegan a aparecer coincidencias en la forma de resolver el problema [30]. Varios autores han realizado trabajos muy completos con el fin de clasificar y analizar los distintos métodos de simplificación [15, 30, 49, 2, 24]. También se han presentado trabajos que muestran comparaciones de las prestaciones entre diferentes métodos [8, 6, 41, 42], y se han creado herramientas que miden la calidad de las mallas obtenidas como resultado de la simplificación [9].

Algunos autores [49, 35] clasifican a los modelos multirresolución continuos según su estructura: **modelos basados en árboles** y **modelos históricos o evolucionarios**. Los modelos basados en árboles se basan en subdivisiones anidadas, es decir, obtienen una aproximación mediante la subdivisión recursiva de una representación burda inicial. Esto produce una jerarquía que puede describirse mediante un árbol. Los modelos históricos se basan en el proceso de refinamiento o simplificación utilizado en el proceso de su construcción y almacenan la evolución que sufre la malla a través de dicho proceso.

Aparte de esta clasificación, otros autores [34, 24] han preferido utilizar como criterio el tipo de superficie al que son aplicables. Así, dividen a los modelos multirresolución continuos en modelos para **campos de altura** y modelos para **superficies arbitrarias**. Ya que este informe se centra en los modelos multirresolución continuos para superficies arbitrarias, también se va a utilizar dicho criterio para clasificarlos.

Campos de altura. Se encuentran entre los tipos de superficies más simples. Se definen como el conjunto de puntos que satisfacen una ecuación de la forma $z=f(x,y)$ donde x e y varían en un subconjunto del plano Cartesiano. Se han desarrollado numerosos métodos para este caso particular de superficie [17, 30], principalmente debido a su aplicación en sistemas de información geográfica y simuladores de vuelo [49]. De hecho, los primeros métodos de refinamiento y simplificación [20, 39] se desarrollaron para construir aproximaciones de terrenos mediante mallas irregulares de triángulos. Los modelos multirresolución que se aplican a este tipo de superficies utilizan representaciones jerárquicas como *árboles de cuadrantes* [62], *triangulaciones cuaternarias* [43], o *triangulaciones jerárquicas más generales* [40, 7, 17, 55, 11, 34].

Superficies arbitrarias. Este tipo de modelos se clasifican en: **representaciones incrementales**, que codifican el conjunto de aproximaciones utilizando la de menor detalle y una secuencia lineal de actualizaciones que permiten refinar la superficie; y **representaciones jerárquicas**, que se basan en bosques (conjunto de árboles) donde las hojas representan la aproximación de mayor detalle, los nodos las simplificaciones y las raíces la aproximación de menor detalle. En las secciones 4 y 5 se realiza un estudio más detallado de estos modelos.

Por último, cabe señalar que el modelado multirresolución no ha sido aplicado exclusivamente a modelos de superficies poligonales. Una familia de esquemas de representación ampliamente utilizados son los modelos de descomposición espacial. Algunas soluciones aplicadas a este tipo de modelos son [35, 3].

3. Modelos multirresolución discretos

La forma más sencilla de crear un modelo multirresolución es generar un conjunto de aproximaciones independientes donde cada una de ellas representa al objeto original con un nivel de detalle distinto. Si se pueden obtener estas aproximaciones, ya tenemos un modelo multirresolución discreto. La simplicidad de esta técnica es probablemente su principal atractivo.

Estos modelos empezaron a utilizarse con el objetivo puesto en aumentar las prestaciones del sistema gráfico y así lo han demostrado en aplicaciones de navegación en entornos virtuales tal y como proponen Funkhouser y Sequin [22] o Maciel y Shirley [46]. Hoy en día existen diversas aplicaciones que hacen uso de los modelos discretos como, por ejemplo, *Open Inventor* [64], *IRIS Performer* [53] o *VRML* [4]. Reddy [52] presenta un resumen de los motores gráficos utilizados en Realidad Virtual y en que medida hacen uso de este tipo de modelos.

3.1. Transición entre aproximaciones

El principal problema de los modelos multirresolución discretos es el de la transición entre aproximaciones diferentes. Cuando se está visualizando una aproximación y el criterio de selección determina que se ha de visualizar otra con un nivel de detalle distinto, es posible percibir un salto de calidad entre la representación anterior y la nueva. Este hecho resulta evidente ya que ambas representaciones están formadas por un número diferente de caras, lo cual produce que el aspecto en la imagen final también lo sea. El problema ha sido estudiado y hay dos posibles soluciones:

Transparencia. Además de visualizar la aproximación requerida, dibujar también la aproximación anterior (la que se estaba visualizando hasta el momento) y ambas de forma transparente durante varios cuadros a fin de que la mezcla de las dos elimine la percepción del salto [21]. Es cierto que el salto sigue existiendo pero resulta difícil de observar.

Morphing. Con este nombre se denominan las técnicas que son capaces de convertir de forma suave un objeto en otro mediante una interpolación entre las características de ambos objetos.

Ambos métodos incurren en una sobrecarga en el sistema. Por una parte, el método basado en transparencia obliga a que durante una serie de cuadros sean dos las aproximaciones que se hayan de visualizar. Por otra, el método basado en *morphing* introduce una sobrecarga computacional debida al cálculo, para cada cuadro, de la interpolación de los vértices entre las dos aproximaciones.

3.2. Limitaciones

Además del problema de la transición entre niveles de detalle, señalado en el apartado anterior, los modelos discretos presentan algunas otras limitaciones. El número máximo de aproximaciones que almacenan es una de las más importantes. Si bien es cierto que teóricamente ese máximo podría ser un número alto, el coste que supone almacenar de forma independiente todas y cada una de las aproximaciones obliga a que ese número sea pequeño (entre 5 y 10 normalmente).

Otra de las limitaciones que presentan este tipo de modelos es la imposibilidad de ajustar de forma precisa el nivel de detalle, es decir, de adaptar la resolución correcta del objeto a las condiciones de la aplicación. Al disponer de sólo un número discreto de aproximaciones el algoritmo que, para cada cuadro, selecciona la aproximación más adecuada se verá obligado a escoger en bastantes ocasiones o bien una aproximación de mayor detalle o bien una aproximación de menor detalle del que realmente es necesario.

4. Modelos multirresolución continuos

Los modelos multirresolución continuos surgen con el fin de solucionar los problemas que presentan los modelos discretos. Un modelo multirresolución continuo provee de un amplio rango (virtualmente un rango continuo [49]) de aproximaciones distintas que representan al objeto original. La aplicación iterativa de un método de simplificacion, comenzando sobre el modelo original, M_0, produce una secuencia de aproximaciones $M_1, M_2, ..., M_{n-1}$, donde M_{n-1} se corresponde con la aproximación de menor detalle. Un modelo multirresolución continuo codifica el modelo original, M_0, la aproximación más burda, M_{n-1}, y toda la secuencia de aproximaciones $M_1, M_2, ..., M_{n-2}$. Los métodos de simplificación de superficies poligonales animan a formalizar modelos de este tipo debido a que la diferencia entre dos aproximaciones consecutivas suele ser de un vértice, una arista o un triángulo.

El número de aproximaciones que almacenan los modelos continuos no es fijo aunque si proporcional al tamaño del objeto original [49]. Es evidente que manipular eficientemente tal cantidad de información exige de un cuidado diseño de las estructuras de datos y de los algoritmos de acceso, repercutiendo directamente en las prestaciones finales del modelo y de la aplicación. Sería inútil un modelo en el que la sobrecarga que produce manipular las distintas aproximaciones sea tal que impida acelerar la visualización, disminuir los tiempos de transmisión, etc. Diversos autores [49, 24] han coincidido en que, aunque no existen unas condiciones que los modelos multirresolución continuos deban satisfacer, si que hay una serie de propiedades que son deseables. Son las siguientes:

Procesamiento de la información eficiente. Si el modelo almacena n distintas aproximaciones, la información debe estar organizada de manera que, en tiempo de ejecución y ante la petición de una de las n aproximaciones, el algoritmo de recorrido pueda extraer los datos en un periodo de tiempo corto.

Coste de almacenamiento similar al del objeto original. Es importante que el coste de almacenamiento del modelo multirresolución no sea considerablemente mayor que el del objeto original, aunque un factor pequeño y constante de incremento suele ser aceptable.

Superficie continua. La superficie extraída, correspondiente con cualquiera de las aproximaciones posibles, no debe presentar rotura o agujero alguno.

Transición suave entre aproximaciones. Pasar de una aproximación a otra (ya sea para incrementar o decrementar detalle) se realizará de la forma más suave posible, evitando los cambios bruscos.

Sin pérdida de información. El modelo multirresolución debe ser capaz de representar con exactitud al modelo original.

4.1. Multi-Triangulation (MT)

La *Multi-Triangulation* [48, 50] es una estructura que constituye un marco de trabajo general para los modelos multirresolución continuos. En realidad, todos los modelos multirresolución propuestos en la literatura pueden ser interpretados como casos especiales de MT. La idea general que subyace en MT es que cualquier representación multirresolución puede ser construida mediante operaciones locales de refinamiento o de simplificación que modifican el modelo original. Este conjunto de modificaciones puede ser representado por un grafo acíclico dirigido, teniendo como raíz la malla inicial. Este marco de trabajo es independiente del tipo de modificación local realizada, incluyendo eliminación de un vértice, contracción de una arista, eliminación de un triángulo, etc. En [37, 18, 19] se describen diversas implementaciones de una MT proponiendo varias estructuras de datos alternativas para su codificación.

4.2. Representaciones incrementales

El nombre de representación incremental se debe a que este tipo de modelos codifican el conjunto de aproximaciones utilizando la aproximación de menor detalle, M_{n-1}, y una secuencia lineal de operadores que aplicados en dicho orden reconstruyen todas y cada una de las distintas aproximaciones (en ocasiones, se referencia a la aproximación de menor detalle como M_0, por ser la aproximación inicial, y a M_{n-1} como la de mayor detalle). Este tipo de modelos continuos aparecen algunas veces en la literatura con el nombre de **secuencias lineales**.

Las representaciones incrementales han sido desarrolladas principalmente para las aplicaciones de transmisión progresiva, compresión y visualización interactiva con aproximaciones de nivel de detalle uniforme. La mayor parte de los modelos fueron propuestos en los últimos anos. Eck et al. [12] presentaron un modelo basado en *wavelets* aplicable a superficies con subdivisión conectada y fue extendido por Certain et al. [5] para incluir, además de la geometría, otros atributos como, por ejemplo, el color. Más tarde, Hoppe presentó el esquema conocido como *Progressive Meshes* (PM) [31], extendido por Popovic y Hoppe [47] para permitir cambios en la topología, y por Hoppe [33] para codificar de forma eficiente un objeto PM. Otros modelos son el de Cignoni et al. [7], Taubin et al. [57], Gueziec et al. [25] y Abadjev et al. [1]. Debido a que todos estos esquemas están estrechamente relacionados con el objetivo de este informe, son objeto de la caracterización en la sección 5.

4.3. Representaciones jerárquicas

Las representaciones incrementales sólo son capaces de reproducir aproximaciones que hayan sido generadas por el método de simplificación en el proceso de construcción de la representación multirresolución. El principal objetivo de una representación jerárquica es conseguir representar a un objeto utilizando diferentes niveles de detalle coexistiendo al mismo tiempo en distintas zonas de la misma superficie.

Este tipo de representación se basa en bosques (conjunto de árboles) donde las hojas representan la aproximación de mayor detalle y los nodos representan las simplificaciones. Fue desarrollada independientemente por distintos autores [66, 32, 45]. La mayor parte de los esquemas presentados hasta el momento utilizan métodos de simplificación basados en contracción de aristas [31, 23] generando árboles binarios. Los trabajos presentados por Xia et al. [66], Hoppe [32], Gueziec et al. [27], El-Sana et al. [14], El-Sana y Varshney [13] pertenecen a este grupo. Sólo el esquema propuesto por Luebke y Erikson [45] utiliza un metodo basado en agrupación de vértices [54, 44] para su construcción y, en consecuencia, cada nodo del árbol tiene un número arbitrario de hijos.

Una vez construida la representación jerárquica, cada posible aproximación se corresponde con un corte en el árbol (ver figura 3). Cualquier cambio en este corte, producirá siempre una nueva aproximación. Manteniendo un corte a través del árbol y ajustándolo incrementalmente a cada cuadro, es fácil adaptar el modelo a las nuevas condiciones exigidas por la aplicación. Sin embargo, expandir o contraer un nodo del árbol de forma arbitraria puede producir aproximaciones erroneas. Este problema fue presentado por Xia y Varshney [66] y se reproduce en las figuras 3 y 4. Para evitarlo es necesario almacenar las posibles dependencias que existen entre las simplificaciones representadas en la jerarquía y realizar algun tipo de comprobación con el fin de que dichas dependencias se respeten. Esta operación suele ser costosa, tanto desde un punto de vista espacial como temporal y, en general, va a condicionar las prestaciones del modelo multirresolución [13].

Todos estos esquemas están estrechamente relacionados con el objetivo de este informe, por lo que son objeto de la caracterización en la sección 5.

5. Caracterización

La caracterización se ha realizado sobre los modelos multirresolución para superficies poligonales arbitrarias que se muestran en la tabla 1. Los criterios utilizados se clasifican según hacen referencia a la entrada del modelo, a la aplicación, o a su propio funcionamiento.

5.1. Criterios sobre los datos de entrada

Para obtener una representación multirresolución es necesario disponer del objeto del cual se desea crear la correspondiente representación y de una herramienta de simplificación

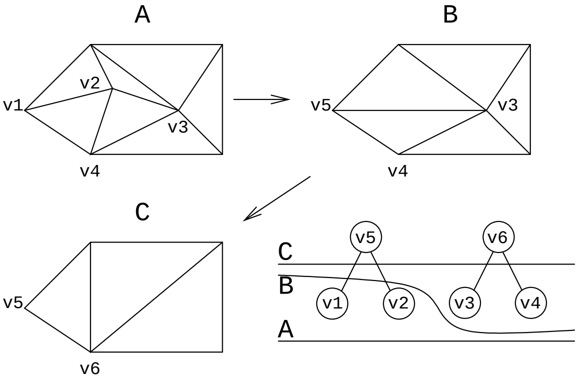


Figure 3: *Ejemplo de representación jerárquica. En la malla A se simplifica la arista v1-v2 llevando v2 a la posición de v1 creando como resultado v5. En la malla B se simplifica la arista v3-v4 llevando v3 a la posición de v4 creando v6. En la parte inferior derecha se muestra la representación jerárquica y los cortes asociados a las respectivas mallas.*

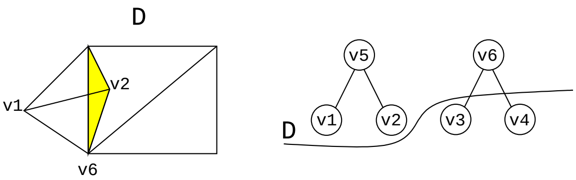


Figure 4: *Ejemplo de malla erronea extraída de una representación jerárquica. Se han contraído los nodos v3 y v4 originando un problema de plegamiento sobre la malla por no haber contraído previamente los nodos v1 y v2.*

que genere las sucesivas aproximaciones. Estos criterios hacen referencia a aspectos relacionados con ambos. El resultado de la caracterización se muestra en la tabla 2.

Dominio geométrico. Restricciones sobre los elementos geométricos (vértices, aristas o caras) y sobre las relaciones topológicas, de forma que los objetos a modelar quedan supeditados a cumplir dichas restricciones. En general, las restricciones geométricas se utilizan con el fin de conseguir representaciones multirresolución más eficientes. Normalmente, la superficie poligonal del objeto original consta únicamente de triángulos †, ya que cualquier polígono de un mayor número de lados puede ser triangulado [28], es decir, sustituido por un conjunto de triángulos. Sin embargo, una característica que sí suele distinguir unos modelos de otros es la capacidad para representar superficies *manifold* y *non-manifold*. Una superficie poligonal *manifold* es aquella donde cada arista es utilizada por dos caras (o una en el caso de que la arista pertenezca a un borde), y la vecindad de cada vértice esté formada por un bucle cerrado de caras (o un único abanico de caras si pertenece a un borde). Si no cumple estas condiciones, a la superficie se le llama *non-manifold*. Ciertamente, la mayor parte de las superficies que se pueden encontrar son superfices *manifold*, y siempre puede convertirse una superficie *non-manifold* a una *manifold* [26]. Sin embargo, la propia simplificación de un *manifold* (simplificación realizada para construir la representación multirresolución) puede generar un *non-manifold* [23], pudiendo ser una ventaja el hecho de que el modelo multirresolución pueda manejar ambos tipos de superficies.

Codificación de otros atributos. Una superficie poligonal, ademas de vértices y caras, suele tener lo que se denominan atributos de apariencia como son color, normales o texturas, utilizados a la hora de visualizar la superficie. Realmente, rara es la vez que una superficie consta únicamente de geometría. Con esta característica se pretende distinguir a los modelos que han propuesto alguna solución que permita codificar eficientemente dichos atributos de apariencia.

Método de simplificación. Para poder construir una representación multirresolución es necesario un método de simplificación que genere la secuencia de aproximaciones. La necesidad de métodos de simplificación en otras áreas de la informática ha generado una amplia oferta de posibilidades. Ciertos modelos multirresolución obligan a que dicho método actúe siempre de una forma determinada, por ejemplo, eliminando vértices [56], colapsando aristas [31], etc., con el fin de utilizar esta restricción para realizar un diseño del modelo más eficiente. Otros, por contra, no imponen condición alguna acerca de cómo se ha de llevar a cabo la simplificación, lo que permitiría su uso en un mayor abanico de aplicaciones.

5.2. Criterios sobre la aplicación

Acelerar el proceso de visualización fue la primera aplicación del modelado multirresolución y los primeros modelos surgieron con este próposito. Sin embargo, a raíz de la aparición de los modelos multirresolución continuos, se encontraron nuevas aplicaciones tan interesantes y que han recibido tanta atención como esta. Las que mayor interés han despertado son, la visualización interactiva mediante aproximaciones de resolución variable, la transmisión progresiva y la compresión de geometría. En un principio, los modelos multirresolución intentaron dar solución por igual a este conjunto de problemas. Sin embargo, pronto se especializaron en una u otra aplicación, intentando dar una solución mas eficiente ante un problema concreto en lugar de ser una solución general a todos ellos. El resultado de la caracterización se muestra en la tabla 3.

† Hasta la fecha, no se tiene conocimiento de que exista un modelo multirresolución que no realice esta suposición.

Acrónimo	Nombre	Referencia
MRA	Multiresolution Analysis	5
VDS	View-Dependent Simplification	66
PM	Progressive Meshes	31, 33
PSC	Progressive Simplicial Complexes	47
VDPM	View-Dependent of PM	32
HDS	Hierarchical Dynamic Simplification	45
MT	Multi-Triangulation	19
PFS	Progressive Forest Split	57
SM	Simplicial Maps	25
MS	MetaStream	1
SG	Streaming Geometry	27
GVDS	Generalized View-Dependent Simplification	13

Table 1: *Modelos multirresolución objeto de la caracterización.*

Modelo	D. Geométrico	Atributos	Simplificación
MRA	Conect. por subdivisión [ii]	Si	Wavelets
VDS	Manifold	No	Contracción de aristas [iii]
PM	Manifold	Si	Contracción de aristas
PSC	Non-manifold	Si	Unión de pares de vértices [iv]
VDPM	Manifold	Si	Contracción de aristas
HDS	Non-manifold	Si	Agrupación de vértices
MT	Non-manifold	No	Eliminación de vértices [v]
PFS	Manifold	Si	Contracción de aristas
SM	Manifold	Si	Contracción de aristas
MS	Non-manifold	Si	Intercambio y Contrac. de aristas
SG	Non-manifold	Si	Agrupación de vértices
GVDS	Non-manifold	No	Unión de pares de vértices

Table 2: *Caracterización utilizando los criterios sobre los datos de entrada.*

5.2.1. Transmisión Progresiva

El ancho de banda requerido para acceder a modelos 3D, sobre Internet y en aplicaciones gráficas interactivas excede, en gran medida, la capacidad de las actuales líneas de comunicación. Esto produce que el tiempo que transcurre desde que un usuario solicita un modelo 3D, hasta que se visualiza en su monitor, sea demasiado alto. La transmisión progresiva trata de reducir este tiempo de espera.

Los modelos multirresolución discretos aportaron una primera solución realmente simple consistente en transmitir una secuencia de aproximaciones en orden de complejidad creciente. Durante la transmisión, al mismo tiempo que se visualiza la última aproximación recibida, se recibe la siguiente de mayor detalle. Este método tiene las desventajas de envíar información redundante y de no poder visualizar una aproximación hasta que se haya recibido por completo.

Los modelos multirresolución continuos tratan de evitar ambos problemas. Para ello, transmiten, en primer lugar, la aproximación mas burda del objeto a modo de malla base y a continuación se envía una secuencia de registros. Cada registro contiene la información necesaria que permite añadir detalle. A medida que los registros se reciben, estos son añadidos a la malla base, actualizándose y llegando a reconstruir el modelo. De esta forma, el proceso receptor puede visualizar la primera aproximación recibida que, aunque burda, siempre será una aproximación completa del objeto, e ir refinándola y visualizando mayor detalle al mismo tiempo que

[ii] En [12] los autores eliminan esta restricción mediante un remallado de la superficie.

[iii] Los autores afirman que aunque en la implementación realizada utilizan un método de simplificación basado en contracción de aristas, el modelo propuesto puede fácilmente ser extendido para usar otros métodos de simplificación.

[iv] Los pares de vértices no tienen porque formar una arista.

[v] Aunque una representación MT no condiciona el método de simplificación a utilizar, la implementación propuesta en [19] se basa en un método de eliminación de vértices.

Modelo	Compresión	Transmisión	Vis. lod uniforme	Vis. lod variable
MRA	Si	Si	Si	No
VDS	No	No	Si	Si
PM	Si	Si	Si	No [vi]
PSC	Si	Si	Si	No
VDPM	No	No	Si	Si
HDS	No	No	Si	Si
MT	No [vii]	No	Si	Si
PFS	Si	Si	No [viii]	No
SM	No	Si	Si	No
MS	Si	Si	Si	No
SG	Si	Si	Si	No [ix]
GVDS	No	No	Si	Si

Table 3: *Caracterización utilizando los criterios sobre la aplicación.*

recibe la secuencia de registros. Además, el usuario podría incluso especificar el grado de detalle con que desea recibir el objeto, o simplemente cortar la transmisión cuando decida que el nivel de detalle recibido es suficiente. En la figura 5 se muestran seis instantes de la transmisión del modelo *Bunny* (modelo compuesto por 34.834 vértices y 69.451 caras).

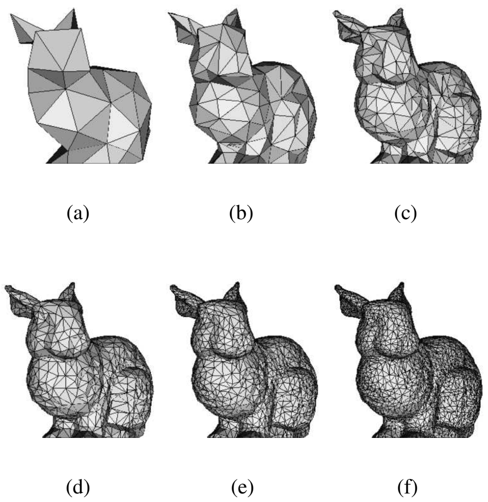


Figure 5: *Seis instantes en el proceso de transmisión desde la malla base, 99 caras, a una aproximación formada por 8.765 caras. a) 0'005 T, b) 0'03 T, c) 0'06 T, d) 0'11 T,e) 0'19 T, f) 0'33 T, donde* T *representa el tiempo total de transmisión.*

Las *representaciones incrementales* y los modelos basados en wavelets [43, 12, 5] son los que siguen con mayor fidelidad este tipo de esquema (malla base + secuencia de actualizaciones), pero sólo algunos métodos se han preocupado en especial por esta aplicación y han conseguido optimizar la cantidad de información a transmitir. Una revisión de mayor profundidad sobre la transmisión progresiva se puede encontrar en [59].

5.2.2. Compresión

Si transmitir un objeto 3D, formado por cientos de miles de polígonos, a través de una línea de comunicación es un problema, no lo es menos el coste que supone almacenar tal cantidad de datos. Las técnicas de compresión tratan de minimizar el espacio requerido para almacenar una representación y, salvo que se especifique lo contrario, comprimir no implica perder información, lo cual realmente sería una simplificación.

El modelado multirresolución puede utilizarse como medio de compresión. El esquema seguido es básicamente el mismo que el utilizado para la transmisión progresiva. Esto es, una malla base correspondiente a la representación mas burda, y una secuencia de registros que permiten refinar y reconstruir el objeto 3D. La información que almacena cada

[vi] Hoppe propone una solución para obtener aproximaciones de resolución variable, pero no es una solución que pueda realizarse en tiempo real.

[vii] Aunque en [19] los autores dan una solución para codificar de forma comprimida una representación MT, las relaciones de compresión que consiguen no son comparables a los que obtienen los modelos que especialmente se han diseñado para ello.

[viii] El objetivo de una representación PFS es almacenar y transmitir una malla de forma progresiva y comprimida, llegando a conseguir unas relaciones de compresión muy altas a costa de que el número de aproximaciones sea muy pequeño.

[ix] Los autores explican como obtener aproximaciones de resolución variable, sin embargo no parece que el método permita realizarlo en tiempo real. Además, en este caso es necesario que el método de simplificación actúe contrayendo aristas.

registro afecta a una zona muy localizada de la superficie, de forma que los elementos afectados pueden ser codificados de forma mucho más eficiente y finalmente conseguir un coste de almacenamiento inferior al del modelo original.

Sin embargo, los esquemas de compresión de modelos de resolución única consiguen relaciones de compresión mayores. Taubin et al. [60], introducen un método para comprimir una representación multirresolución producida por un método de agrupación de vértices con relaciones de compresión comparables a las de los métodos aplicados a representaciones de resolución única. Por contra, este esquema no permite la transmisión progresiva del modelo. Ver [59, 58, 61] para una revisión más extensa sobre compresión de geometría.

5.2.3. Visualización interactiva utilizando lods de resolución uniforme

La mayoría de los algoritmos de visualización son ineficientes a la hora de pintar escenas complejas. Estos algoritmos tienen un coste lineal respecto a la complejidad de la escena y esto es inaceptable cuando la complejidad es muy alta. El modelado multirresolución consigue que el coste de visualización de una escena sea proporcional al área que ocupa en la pantalla y sea independiente de su complejidad [29]. Dependiendo de ese área, el objeto o conjunto de objetos que forman la escena son visualizados con un nivel de detalle apropiado [10]. El nivel de detalle apropiado para una determinada vista será aquel cuya apariencia sea igual al nivel de mayor detalle. De esta forma, los objetos cercanos al observador se pintan con gran detalle, mientras que los más distantes son visualizados utilizando un nivel de detalle menor.

En cada cuadro, la selección del nivel de detalle la realiza un algoritmo como resultado de la evaluación de un criterio o conjunto de criterios. El más común es precisamente el de la distancia al observador (figura 6). Otros aspectos como las prestaciones del sistema o la necesidad de mantener una tasa fija de imágenes por segundo [22] limitan la complejidad de la escena y, en consecuencia, obligan a ajustar el nivel de detalle de los objetos que la forman. Diversos autores [38, 2] han enumerado los distintos factores que se han utilizado para realizar la selección de un determinado nivel de detalle, que se pueden resumir en los siguientes:

Distancia. Dado un objeto, a mayor distancia respecto del observador menor sera su área proyectada en la pantalla y menor el nivel de detalle. Para hacer una rápida estimación se suelen englobar a los objetos en cajas o esferas.

Incidencia. Ciertos objetos, segun el ángulo de la vista, pueden verse de formas distintas. Por ejemplo, una puerta vista de perfil, aún estando cerca del observador, necesitaría de muy pocos polígonos para representarla.

Movimiento. Un objeto animado no necesita representarse con grandes detalles ya que estos apenas serán perceptibles [51]. Además, a mayor velocidad, mayor dificultad para percibir el detalle.

Vision periférica. Dibujar con más detalle aquellos objetos que están en el centro del campo de visión (suponiendo que es ahí donde reside el interés), y con menos detalle aquellos que quedan alrededor de dicho centro.

Importancia semántica. Utilizar niveles de detalle altos sólo en aquellos objetos que en un momento dado tienen mayor importancia en la escena, por ejemplo, porque se estén utilizando para hacer una determinada tarea.

Cambios de representación sucesivos. Visualizar un objeto utilizando diferentes niveles de detalle en cuadros consecutivos podría reducir la calidad en la secuencia de imágenes. A la hora de seleccionar un nuevo nivel de detalle, es importante tener en cuenta la diferencia que existe entre este y el último nivel de detalle visualizado.

Algunos modelos multirresolución han sido diseñados con el objetivo puesto en esta aplicación. Estos modelos presentan un comportamiento más eficiente para recuperar y visualizar una aproximación. En general, estos modelos ponen más interés en el diseño de estructuras de datos que permitan a los algoritmos de acceso recuperar una aproximación en el menor tiempo posible, aunque esto suponga un incremento en el coste de almacenamiento.

5.2.4. Visualización interactiva utilizando lods de resolución variable

Los modelos multirresolución, tal y como se han presentado en el apartado anterior, son muy útiles en una gran variedad de áreas. Sin embargo, si el objeto se encuentra en una posición cercana a la del observador, no es posible hacer uso de aproximaciones burdas. Si además esto ocurre en aplicaciones donde el objetivo es visualizar objetos (aunque sólo sean uno o dos) que contienen un alto grado de detalle, resulta casi imposible conseguir una rápida visualización. En estos casos, lo deseable sería disponer de un mecanismo que permita representar con más detalle las zonas del objeto cercanas al observador, y con menos detalle las zonas que, aún siendo del mismo objeto, se encuentran alejadas del observador. Desde un punto de vista más general, el objetivo es representar un objeto con diferentes niveles de detalle coexistiendo a lo largo de la misma superficie.

El modelado multirresolución permite resolver este problema y a esta técnica se le conoce como *nivel de detalle de resolución variable* (figura 7). En ocasiones, las condiciones de la vista se utilizan para determinar la zona de la superficie a representar con mayor detalle y, en estos casos, se utiliza el termino *visualización dependiente de la vista*.

Las representaciones jerárquicas han sido concebidas principalmente para esta aplicación. Al igual que con los modelos aplicados a visualización interactiva, se da prioridad a disminuir el tiempo de visualización aunque sea a costa de aumentar el coste de almacenamiento. En particular, se ha realizado un mayor desarrollo en modelos basados en jerarquías de vértices, motivados principalmente por los métodos de simplificación utilizados para construir la represen-

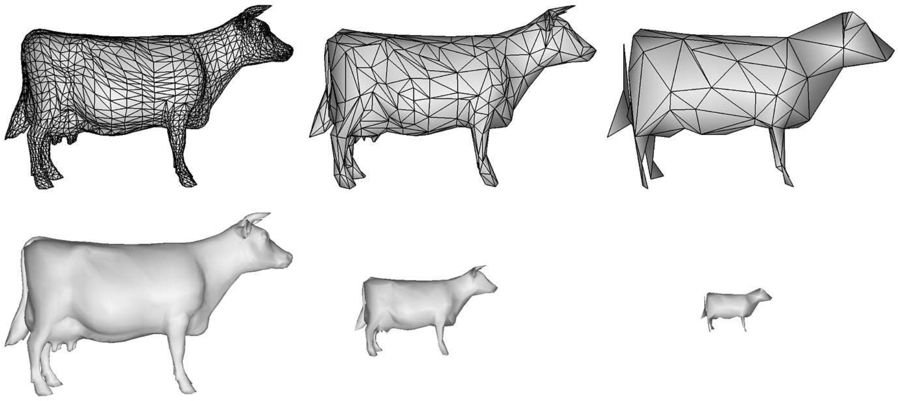


Figure 6: *Tres aproximaciones del modelo* Cow *simulando el nivel de detalle a utilizar segun la distancia al observador.*

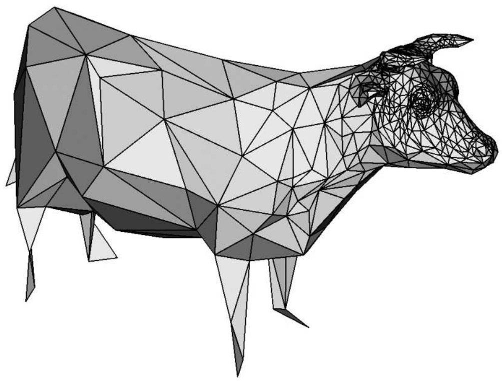


Figure 7: *Ejemplo de lod con resolución variable. El modelo* Cow *se representa con mayor detalle en la cabeza y este disminuye hacia la cola.*

tación multirresolución, basados en contracción de aristas o agrupación de vértices.

Al igual que en el apartado anterior, la decisión de que regiones de la superficie del objeto se han de visualizar con mayor o menor detalle depende exclusivamente del criterio o conjunto de criterios que se utilicen. Algunos autores [32, 67, 45, 13] han definido dichos criterios que se resumen en los siguientes:

Iluminación local. Representar con más detalle aquellas zonas donde la iluminación cambia de forma brusca con lo que tanto brillos como límites de sombras se pueden representar mejor.

Volumen de la vista. Representar con mayor detalle sólo las zonas de los objetos que quedan dentro del volumen de la vista. Con esto se pretende reducir el coste de las etapas de transformación y recortado del proceso de obtención de imágenes.

Silueta. Aumentar el detalle en aquellas zonas que en la proyección van a formar parte de la silueta del objeto.

Orientacion. Aumentar el detalle en aquellas superficies que, estando situadas dentro del volumen de la vista, además están de cara al observador. El objetivo es reducir el coste de la etapa de eliminación de caras traseras en el proceso de obtención de imágenes.

Distancia al observador. Dentro del volumen de la vista, es posible que haya una zona más cercana al observador que otras. Habría que representar con mayor detalle las zonas cercanas y disminuirlo a medida que la misma superficie se aleja del observador.

5.2.5. Otras aplicaciones

Además de las aplicaciones comentadas en las secciones anteriores y que van a servir para caracterizar los distintos modelos, existen otras aplicaciones del modelado multirresolución también muy interesantes. La edición de mallas es otro de los problemas que se presentan cuando estas están formadas por un gran numero de polígonos. La edición multirresolución permite que las modificaciones que afectan a zonas grandes de la malla se puedan hacer con pequeño esfuerzo si se utilizan las aproximaciones de menor detalle. Por contra, cuando lo que se desea es realizar modificaciones puntuales (pequeños detalles de la malla) se utilizan aproximaciones de mayor detalle. Cuando el usuario selecciona una aproximación de un nivel de detalle cualquiera, la superficie se representa mediante esa aproximación más el conjunto de todos los pequeños detalles que refinan la superficie. El usuario puede manipular la aproximación visualizada mientras que los detalles permanecen al margen y siempre relativos a dicha aproximación. Esta idea ya aparece en métodos de edición de curvas [16] y, posteriormente, Zorin et al. [68] la aplican a mallas generadas por subdivisión. Kobbelt et al. [36] presentan una solución para mallas irregulares, eliminando la restricción de la subdivision.

Modelo	Almacenamiento	Coherencia	Geomorphing
MRA	Implícito	No [x]	No
VDS	Implícito	Si	No
PM	Implícito	Si	Si
PSC	Implícito	Si	Si
VDPM	Implícito	Si	Si
HDS	Implícito	Si	No
MT	Ambos	Si	No
PFS	Implícito	No	Si
SM	Implícito	Si	No
MS	Implícito	Si	Si
SG	Implícito	Si	Si
GVDS	Implícito	Si	No

Table 4: *Caracterización utilizando los criterios sobre el funcionamiento.*

La posibilidad de realizar eficientemente cálculos geométricos como localización de un punto, intersección con rayos, detección de colisiones, recortado, etc., son una aplicación mas del modelado multirresolución. Las técnicas más sencillas se basan en volúmenes englobantes que, a cambio de un pequeño coste adicional, permiten simplificar los cálculos al no ser necesario recurrir a la representación de la malla. El uso de la multirresolución se basa en la misma idea, es decir, realizar los cálculos con la peor aproximación, como si se tratara de un volumen englobante, y refinar donde sea necesario si hace falta una mayor precisión. También, métodos de radiosidad, por ejemplo, pueden ser acelerados significativamente utilizando técnicas basadas en multirresolución [63, 65].

5.3. Criterios sobre el funcionamiento del modelo

Estos criterios tratan aspectos relacionados con la representacion interna de los datos y el funcionamiento de los algoritmos de acceso. El resultado de la caracterización se muestra en la tabla 4.

Almacenamiento de la informacion. Los modelos multirresolución han presentado dos alternativas a la hora de codificar la información que permite representar a un objeto mediante múltiples aproximaciones diferentes en complejidad. La primera consiste en un almacenamiento explícito de los datos, es decir, almacenar la información tal y como es requerida por la aplicación. La segunda consiste en almacenar toda o parte de la información de forma implícita, es decir, almacenar la mínima información que, mediante el uso de una operación definida por el propio modelo multirresolución, permita en tiempo de ejecución generar los datos que la aplicación necesita. A la hora de extraer una determinada aproximación, los modelos que almacenan los datos de forma explícita, en comparación con los que hacen uso de la codificación implícita, no necesitan de operaciones de cálculo y, en consecuencia, tienden a ofrecer un comportamiento temporal más eficiente aunque también un coste de almacenamiento algo mayor (en el peor caso un coste de almacenamiento teórico de orden cuadrático, aunque en la práctica suelen presentar un coste de orden lineal).

Coherencia cuadro a cuadro. Algunos modelos multirresolución tratan de incrementar sus prestaciones mediante la explotación de la propiedad de la coherencia cuadro a cuadro. Hacer uso de esta propiedad les permite extraer una nueva aproximación partiendo de la última aproximación requerida. Si entre las aproximaciones requeridas en dos cuadros consecutivos la variación de nivel de detalle es pequeña, es decir, hay un alto porcentaje de triángulos que son comunes a ambas aproximaciones (ver figura 8), aplicar esta propiedad realmente supone un aumento importante en las prestaciones de la aplicación. Esta mejora de las prestaciones dependerá únicamente de la diferencia que exista entre las aproximaciones requeridas en cuadros consecutivos aumentando a medida que disminuye dicha diferencia. Explotar la propiedad de la coherencia es muy importante sobre todo en los modelos multirresolución aplicados a visualización interactiva.

Geomorphing. Transición suave entre aproximaciones mediante la interpolación geométrica de los vértices. Aunque la diferencia que existe entre dos aproximaciones consecutivas almacenadas en la representación multirresolución sea muy pequeña, y el paso de una a otra es difícilmente perceptible, algunos modelos multirresolución han propuesto soluciones que permiten hacer una interpolación a fin de que la transición sea mucho más suave. Los modelos multirresolución que requieren de un método de simplificación basado en contracción de aristas suelen poseer esta propiedad, muy difícil de conseguir en los que uti-

[x] Sin embargo, los autores proponen guardar información referente a aproximaciones intermedias y obtener la representación deseada utilizando la más próxima como punto de partida.

lizan otros métodos de simplificación. También es cierto que hacer uso del *geomorphing* produce una sobrecarga notable [33].

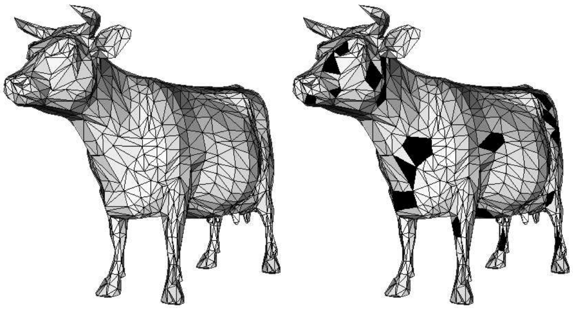


Figure 8: *Ejemplo de diferencia entre aproximaciones requeridas en cuadros consecutivos. A la izquierda el cuadro i (2.892 triángulos), a la derecha el cuadro* $i+1$ *(3.004 triángulos) y, en negro, las regiones que han cambiado.*

Referencias

1. V. Abdajev, M. del Rosario, A. Lebedev, A. Migdal and V. Paskhaver. Metastream, *Proc. of VRML'99*, 1999

2. C. Andujar. Simplificación de Modelos de Poliedricos, *Report LSI-98-1-T*, Departamento LSI, Universitat Politecnica de Catalunya, 1998

3. C. Andujar. Octree-based Simplifcation of Polyhedral Solids, *PhD Thesis*, Departament LSI, Universitat Politècnica de Catalunya, Junio, 1999

4. G. Bell, A. Parisi and M. Pesce. *The Virtual Reality Modeling Language: Version 1.0 Specification*, http://www.vrml.org/VRML1.0/vrml10c.html, 1995

5. A. Certain, J. Popovic, T. DeRose, T. Duchamp, D. Salesin and W. Stuetzle. Interactive Multiresolution Surface Viewing, *Proc. of SIGGRAPH '96*, 91-98, August, 1996.

6. A. Ciampalini, P. Cignoni, C. Montani and R. Scopigno. Multiresolution Decimation Based on Global Error, *The Visual Computer*, 13(5):228-246, 1997

7. P. Cignoni, E. Puppo, and R. Scopigno. Representation and visualization of terrain surfaces at variable resolution, *The Visual Computer*, 13:199-217, 1997

8. P. Cignoni, C. Montani, and R. Scopigno. A comparison of mesh simplification algorithms, *Computers & Graphics*, 22(1):37-54, 1998

9. P. Cignoni, C. Rocchini, and R. Scopigno. Metro: measuring error on simplified surfaces, *Computer Graphics Forum*, 17(2):167-174, June, 1998

10. J.H. Clark. Hierarchical geometric models for visible surface algorithms, *CACM*, 19(10):547-554, October, 1976

11. M. Duchaineau, M. Wolinsky, D. Sigeti, M. Miller, C. Aldrich and Mineev-Weinstein. ROAMing terrain: real-time optimally adapting meshes, *Proc. of Visualization '97*, 81-88, 1997

12. M. Eck , T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery and W. Stuetzle. Multiresolution Analysis of Arbitrary Meshes, *Proc. of SIGGRAPH '95*, 173-182, August, 1995

13. J. El-Sana and A. Varshney. Generalized View-Dependent Simplification, *Proc. of EUROGRAPHICS '99*, 83-94, September, 1999

14. J. El-Sana, E. Azanli and A. Varshney. Skip Strips: Maintaining triangle strips for view-dependent rendering, *Proc. of Visualization '99*, 131-137, 1999

15. C. Erikson. Polygonal Simplifcation: An Overview, *Technical Report TR96-016*, Department of Computer Science, UNC-Chapel Hill, 1996

16. A. Finkelstein and D. Salesin. Multiresolution curves, *Proc. of Siggraph '94*, 261-268, July, 1994

17. L. De Floriani, L. Marzanoo and E. Puppo. Multiresolution models for topographic surface description, *The Visual Computer*, 12, 7, 317-345, 1996

18. L. De Floriani, P. Magillo and E. Puppo. Building and Traversing a Surface at Variable Resolution, *Proceedings IEEE Visualization '97*, 103-110, 1997

19. L. De Floriani, P. Magillo and E. Puppo. Efficient Implementation of Multi-Triangulations, *Proceedings IEEE Visualization '98*, 1998

20. R.J. Fowler and J.J. Little. Automatic extraction of irregular network digital terrain models, *Proc. of Siggraph'79*, 13(3), 199-207, August, 1979

21. T. Funkhouser, C. Séquin and S. Teller. Management of large amounts of data in interactive building walkthroughs, *Symposium on Interactive 3D Graphics*, 11-20, 1992

22. T. Funkhouser and C. Séquin. Adaptive display algorithm for interactive frames rates during visualization of complex virtual environments, *Proc. of Siggraph'93*, 247-254, 1993

23. M. Garland and P. Heckbert. Surface Simplification Using Quadric Error Metrics, *Proc. of SIGGRAPH '97*, 209-216, August, 1997

24. M. Garland. Multiresolution Modeling: Survey & Future Opportunities, *State of the Art Reports of EUROGRAPHICS '99*, (1999) 111-131

25. A. Guéziec, G. Taubin, F. Lazarus and W. Horn. Simplicial maps for progressive transmission of polygonal surfaces, *Proc. of VRML'98*, ACM, February, 1998.

26. A. Gueziec, G. Taubin, F. Lazarus and W. Horn. Converting sets of polygons to manifold surfaces by cutting and stitching, *Proc. of IEEE Visualization '98*, 383-390, 553, October, 1998

27. A. Guéziec, G. Taubin, B. Horn and F. Lazarus. A Framework for Streaming Geometry in VRML, *IEEE Computer Graphics and Applications*, 19(2):68-78,1999

28. P.S. Heckbert. Graphics Gems IV, AP Professional, 1994.

29. P.S. Heckbert and M. Garland. Multiresolution modeling for fast rendering, *Proc. of Graphics Interface '94*, 43-50, May, 1994 1994.

30. P.S. Heckbert and M. Garland. Survey of polygonal surface simplification algorithms, *Multiresolution Surface Modeling Course Notes of SIGGRAPH'97*, 1997

31. H. Hoppe. Progressive Meshes, *Proc. of SIGGRAPH '96*, 99-108, August, 1996

32. H. Hoppe. View-Dependent Refinement of Progresive Meshes, *Proc. of Siggraph '97*, 189-198, August, 1997

33. H. Hoppe. Efficient Implementation of Progressive Meshes, *Computer & Graphics*, 22(1):27-36, 1998

34. H. Hoppe. Smooth view-dependent level-of-detail control and its application to terrain rendering, *Proc. of Visualization '98*, 35-42, October, 1998.

35. J. Huerta. Aproximación multirresolución de los arboles binarios de particionamiento espacial: Aplicación a la generación de entornos virtuales, *PhD Thesis*, Department of Computer Science, Universitat Jaume I, February, 1998

36. L. Kobbelt, S. Campagna, J. Vorsatz and H.P. Seidel. Interactive multiresolution modeling on arbitrary meshes, *Proc. of Siggraph'98*, 105-114, 1998

37. R. Klein and W. Strasser. Generation of multiresolution models from CAD data for real time rendering, *Theory and Practice of Geometric Modeling*, Springer-Verlag, 1997

38. M. Krus. Maillages polygonaux et niveaux de détails: étude bibliographique, *Technical report 97-10*, LIMSI/CNRS, Orsay, May, 1997

39. J. Lee. Analisys of visibility sites on topographic surfaces, *Geographic Information Systems*, 5(4), 413-425, 1991

40. P. Lindstrom, D. Koller, W. Ribarsky, L.F. Hodges, N. Faust and G.A. Turner. Real-time, continuous level of detail rendering of height fields, *Proc. of Siggraph '96*, 109-118, August, 1996

41. P. Lindstrom and G. Turk. Fast and Memory Efficient Polygonal Simplification, *Proc. of IEEE Visualization 98*, 279-286, 544, October, 1998

42. P. Lindstrom and G. Turk. Evaluation of Memoryless Simplification, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(2), April-June, 1999

43. M. Lounsbery, T. DeRose and J. Warren. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type, *ACM Transactions on Graphics*, 16(1):34-73, 1997

44. K.-L. Low and T.-S. Tan. Model simplification using vertex-clustering, *1997 Symposium on Interactive 3D Graphics*, ACM SIGGRAPH, 1997

45. D. Luebke and C. Erikson. View-Dependent Simplification of Arbitrary Polygonal Environments, *Proc. of Siggraph '97*, 199-208, August, 1997

46. P. Maciel and P. Shirley. Visual navigation of large environments using textured clusters, *Symposium on Interactive 3D Graphics*, 95-102, April, 1995

47. J. Popovic and H. Hoppe. Progressive simplicial complexes, *Proc. of SIGGRAPH'97*, 217-224, 1997

48. E. Puppo. Variable resolution terrain surfaces, *Proc. of Eight Canadian Conference on Computational Geometry*, 202-210, August, 1996

49. E. Puppo and R. Scopigno. Simplification, LOD and Multiresolution - Principles and Applications, *Tutorial Notes of EUROGRAPHICS'99*, 16(3), 1997

50. E, Puppo. Variable resolution triangulations, *Computational Geometry*, 11(3-4):219-238, December, 1998

51. M. Reddy. Reducing lags in virtual reality systems using motion-sensitive level of detail, *Proc. of 2nd UK VR-SIG*, 25-31, 1994

52. M. Reddy. A survey of level of detail support in current virtual reality solutions, *Virtual Reality: Research, Development and Applications*, 1(2):85-88, 1995

53. J. Rohlf and J. Helman. IRIS Performer: A high performance multiprocessing toolkit for real-time 3D graphics, *Proc. of Siggraph '94*, 381-394, July, 1994

54. J. Rossignac and P. Borrel. Multi-resolution 3D approximations for rendering complex scenes, *Modeling in Computer Graphics: Methods andApplications*, 455-465, 1993

55. L.L. Scarlatos. A refined triangulation hierarchy for multiples level of terrain detail, *Proc. of Image V Conference*, 115-122, June, 1990

56. W.J. Schroeder, J.A. Zarge and W. Du. Decimation of triangle meshes, *Computer Graphics*, 26(2):65-70, July, 1992

57. G. Taubin, A. Guéziec, W. Horn and F. Lazarus. Progressive forest split compression, *Proc. of Siggraph'98*, 123-132, July, 1998

58. G. Taubin and J. Rossignac. 3D Geometry compression, *Siggraph'98 Course Notes 21*, July, 1998

59. G. Taubin. 3D Geometric compression and progressive transmission, *State of the art reports of Eurographics'99*, September, 1999

60. G. Taubin, W. Horn and P. Borrel. Compression and transmission of multi-resolution clustered meshes, *Technical report RC-21398*, IBM Research, February, 1999

61. G. Taubin and J. Rossignac. 3D Geometry compression, *Siggraph'99 Course Notes 22*, August, 1999

62. D.D. Taylor and W.A. Barret. An algorithm for continuous resolution polygonalizations of a discrete surface, *Proc. of Graphics Interface '94*, 33-42, 1994

63. S. Teller, C. Fowler, T. Funkhouser and P. Hanrahan. Partitioning and ordering large radiosity computations, *Proc. of the 21st Annual Conference on Computer Graphics*, 443-450, 1994

64. J. Wernecke. The Inventor Mentor: Programming Object-Oriented 3D Graphics with Open Inventor, Release 2, *Addison-Wesley*, 1993

65. A. Willmott, P. Heckbert and M. Garland. Face cluster radiosity, *Eurographics Workshop on Rendering*, June, 1999

66. J. Xia and A. Varshney. Dynamic view-dependent simplification for polygonal models, *Proc. of IEEE Visualization '96*, 327-334, October, 1996

67. J. Xia, J. El-Sana and A. Varshney. Adaptive Real-Time Level-of-Detail-Based Rendering for Polygonal Models, *IEEE Transactions on Visualizations and Computer Graphics*, 3(2):171-183, 1997

68. D. Zorin, P. Schröder and W. Sweldens. Interactive Multiresolution Editing, *Proc. of Siggraph '97*, 259-268, 1997