

1 Perquè hem d'estudiar simetria?

La simetria s'associa amb transformacions sobre un sistema o un objecte de manera que, després de realitzar-les, el sistema o l'objecte queda en un estat indistingible del que tenia abans de efectuar aquestes transformacions. L'existència de simetria implica la impossibilitat de dissenyar un experiment que permeta distingir l'estat inicial i final.

En els cursos introductòris de mecànica quàntica s'introdueix l'estat quàntic d'un sistema indicant que aquest queda definit per la col·lecció de valors numèrics que presenten un conjunt complet d'observables compatibles. Aquests valors es poden determinar de manera exacta aplicant els operadors associats a les diferents magnituds físiques sobre la funció d'estat o funció d'ona. Tenen especial interès els estats estacionaris. En aquests estats, l'observable energia no canvia amb el temps (és un invariant) i és una de les coordenades que determinen l'estat del sistema. L'energia és l'autovalor de l'operador Hamiltonià i els observables compatibles amb l'energia venen representats per operadors que commuten amb l'Hamiltonià. Juntament amb l'energia constitueixen el conjunt complet d'invariants que determinen l'estat estacionari del sistema.

En 1918 Emmy Noether (1882-1935) va proposar un teorema que avui en dia duu el seu nom i que de manera concisa ve a afirmar que *qualsevol simetria d'un sistema físic està associada amb una magnitud física que es conserva en aquest sistema* (és invariant). Per exemple, la invariància dels sistemes físics respecte a translacions espacials (simetria de translació) implica la conservació del moment lineal. Tanmateix, si en un sistema es conserva el moment lineal, aquest sistema és invariant respecte a translacions.

D'acord amb el teorema de Noether, el conjunt complet d'invariants que determinen l'estat del sistema estan associats a simetries del sistema físic i per tant de l'Hamiltonià que el defineix. Podem afirmar doncs que *l'estat quàntic d'un sistema ve determinat per les simetries del seu Hamiltonià*.

Per tant, la simetria determina la física en general i el comportament del àtom i les molècules en particular. Per tant determina també la química i la biologia.

L'existència de simetria ens diu allò que no és possible, però no diu allò que sí que ho és. És a dir, descarta possibilitats. Per això està lligada amb un experiment impossible i per això diem que la simetria és un fet experimental: si l'esmentat experiment impossible es realitza vol dir que la simetria no existeix. Per exemple, si hom troba que el moment angular d'un sistema no es conserva vol dir que l'espai no és isotrop, és a dir, no presenta simetria de rotació.

Dit açò, si ens adonem, la majoria de les simetries trobades en física (i en art) no són exactes sinó que són aproximades. Tot i així ens proporcionen la millor eina que tenim per a entendre estructures complexes. Cal aclarir que la simetria s'aplica sobre models de sistemes reals. Cal emfatitzar el concepte de *model*. La ciència construeix i estudia models o *abstraccions* dels sistemes reals. El càlcul que es realitza estan sempre associats amb un model i mai es corresponen exactament amb sistemes reals en la seua completa diversitat. La tesi és que hom espera que els càlculs siguin una aproximació raonable a alguns aspectes del comportament del sistema.

Brian Wybourne afirma¹ que molt poques simetries són exactes, que una simetria no necessita ser exacta per a ser útil i que sempre hem de construir teories amb la simetria més alta possible, fins i tot si no són simetries exactes de la natura, que la física naixerà en el procés de trencadura de la simetria. De fet, la trencadura de la simetria juga un paper essencial en molts fenòmens de la natura. Com hem dit més amunt, les simetries impliquen lleis de conservació en física, i la trencadura de la simetria significa que algun dels paràmetres que caracteritzen el sistema i que inicialment era invariant, deixa de ser-ho.

¹En B.G. Wybourne, *The Applications of Symmetry Concepts to Physical Problems*, Lecture Notes, Uniwersytet M. Kopernika, Torun, 1998 podem llegir: *In practice very few symmetries are 'exact' and in most cases we are led to consider 'approximate' symmetries. A symmetry need not be exact to be useful. Indeed I would assert the following: we should always strive to construct theories with the highest possible symmetry even if these are not exact symmetries of nature. The physics comes in the process of breaking the symmetry.*

Succeeix de vegades que un estat que és estable evoluciona i es fa inestable i de manera súbita i espontània es produeix una trencadura de simetria. Tots coneixem el fenomen de separació de fases, en que un gas homogeni canvia continuament les seues propietats en variar la temperatura i la pressió, però que en superar un llindar (l'anomenat punt crític) subitament separa dues fases, una líquida i una altra vapor. Hi ha models mecànics que modelen transicions a través de punts crítics i que evidencien la reducció de simetria que comporta la transició. Així és fàcil de mostrar en un laboratori un muntatge amb una boleta atravesada per un fil en el que llisca sense fregament. El fil té forma circular i rota al voltant de l'eix vertical a velocitat angular constant. La boleta roman en la posició més baixa de la circumferència i no canvia la seua posició amb el pas del temps. Si fem créixer la velocitat de rotació fins que la força centrífuga iguale el pes de la bola apleguem a un punt crític: si fem creixer un poc més la velocitat angular, la bola abandona el fons del cercle i comença a efectuar una rotació, en la que, òbviament, la seua posició canvia amb el temps.² Aquest és un exemple mecànic de trencadura de simetria (es perd la simetria rotacional) i de transició de fase (el sistema deixa de tenir una única coordenada $\theta = 0$ en el cercle i passa a tenir dos valors $\pm\theta$ diferents). En física de partícules, el mecanisme de trencadura de simetria de Higgs va permetre establir la unificació de la teoria electromagnètica i la teoria nuclear dèbil, donant lloc a la Teoria del camp unificat, per la que van obtenir el premi Nobel en 1979 Steven Weinberg, Sheldon Lee Glashow i Abdus Salam.

Que la simetria juga un paper central en ciència és evident.³ Que no li se presta l'atenció que mereix en els estudis de grau és constatable. Que el seu estudi supera el marc d'una única assignatura també i, per aixó, en els capítols següents no podrem exhaurir ni de lluny tots els topics relacionats amb la simetria ni aprofundir en aquells que hem seleccionat. La idea del curs no és tant donar totes les respostes sinó establir algunes preguntes i suggerir camins de resposta.

²Veure detalls en D. M. Greenberger, *Am. J. Phys.* **46**, 394 (1978).

³Podem llegir en C. N. Yang, *Chinese J. Phys.* , **32**, 1437 (1994): *If you look at the history of 20th century physics, you will find that the symmetry concept has emerged as a most fundamental theme, occupying center stage in today's theoretical physics. We cannot tell what the 21st century will bring to us but I feel safe to say that for the next ten or twenty years many many theoretical physicists will continue to try variations on the fundamental theme of symmetry at the very foundation of our theoretical understanding of the structure of the physical universe.*