

Espín, bescanvi i estadística

J. Planelles

Dept. de Química Física i Analítica
Universitat Jaume I

Harmonització Europea, curs 2007



Química Quàntica (IA23)

Preguntes

Diem que de la llum està formada per una col·lecció de partícules idèntiques anomenades fotons que tenen una helicitat o moment angular d'espín $S = \hbar$, $S_z = \pm \hbar$. Si l'espín del fotó pot adquirir valors $S_z = \pm \hbar$, no hauria de ser també possible també tenir fotons amb $S_z = 0$, cosa que no s'observa experimentalment?

Preguntes

Els experiments mostren que electrons, protons i neutrons tenen espín $S = \hbar / 2$. Els moments angular fraccionaris no són freqüents en la vida ordinària.

Notem que un espín $1/2$ implica que únicament una rotació de 4π radians (i no una de 2π) és equivalent a una rotació nul·la. Podem visualitzar en el món macroscòpic algun cas on hi hagi necessitat de rotar 4π radians per a retornar al punt inicial?

Preguntes

Sabem que l'espín està íntimament relacionat amb l'estadística. Així dos electrons (fermions, espín semienter) no poden estar en el mateix estat quàntic (principi d'exclusió de Pauli), mentre que no hi ha aquest principi d'exclusió per als fotons (bosons, espín enter). Però definim fermions i bosons segons el signe que produeix una permutació de partícules en la funció d'ona. Són equivalents rotació i bescanvi? Podem idear algun exemple on es mostre la seua aparent íntima relació?

Preguntes

Perquè milions de fotons poden unir-se coherentment i donar lloc a una ona electromagnètica macroscòpica i malgrat que els electrons tenen una ona associada mai s'ha vist cap ona macroscòpica d'electrons?

Preguntes

Perquè podem tocar la matèria mentre que la llum és intangible?

Preguntes

Sabem que la matèria és bàsicament espai buit (un àtom d'hidrogen té un radi al voltant d'un milió de vegades major que el radi de les seues dos partícules constituents). Com podem explicar la impenetrabilitat de la matèria si simultàniament diem que la matèria és bàsicament espai buit? Perquè les estrelles de neutrons no col·lapsen sota la seua pròpia gravetat?

Preguntes

Cóm es pot justificar la segona llei de l'òptica geomètrica, que estableix que dos rajos de llum que es tallen no es pertorben l'un a l'altre, propagant-se de manera independent?

Sabem que hi ha una alta densitat de fotons en un raig laser. L'aplicació de la segona llei de l'òptica geomètrica a dos feixos de llum laser que es tallen implica que necessàriament els fotons s'interpenetren. Perquè el fotons semblen actuar com els fantasmes?



Discussió

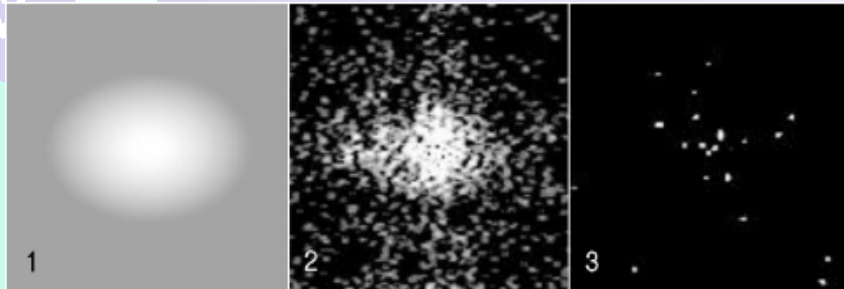
Discussió

La física clàssica distingeix entre llum (fenomen ondulatori) i matèria (fenomen corpuscular), mentre que la teoria quàntica té en la dualitat ona-corpúscle els seus orígens.

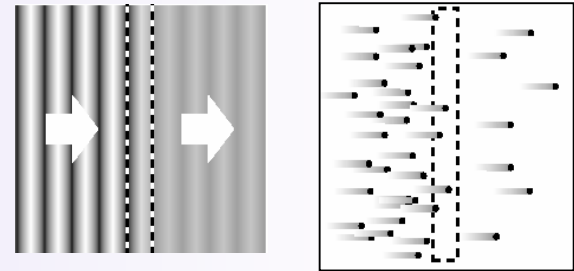


Discussió

Avui en dia és fàcil mostrar la dualitat amb una càmera digital



Imatges de feixos de llum d'intensitat decreixent incidint en una càmera digital.



Absorció parcial de una ona i d'un feix de partícules.

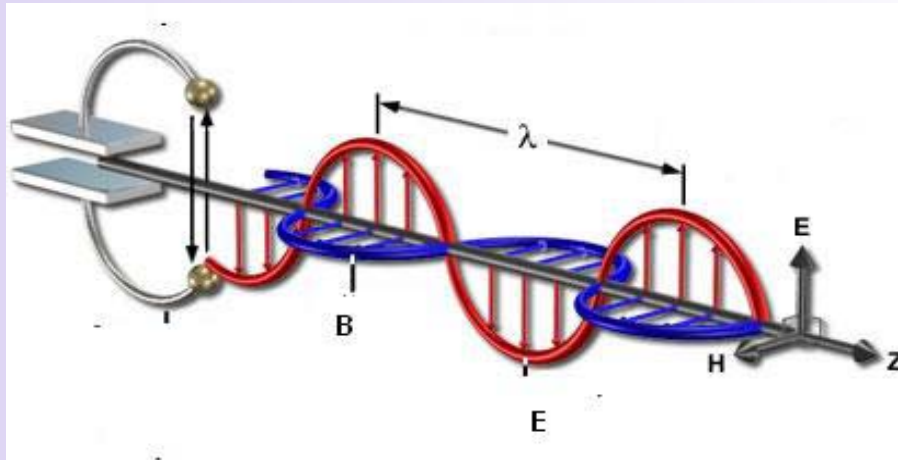
Fotos digitals que no esperaríem segons una teoria ondulatoria!

Teoria ondulatoria: intensitat homogènia, xips uniformement il·luminats

Teoria corpuscular (Fig. 2b): Com el resultat obtingut.

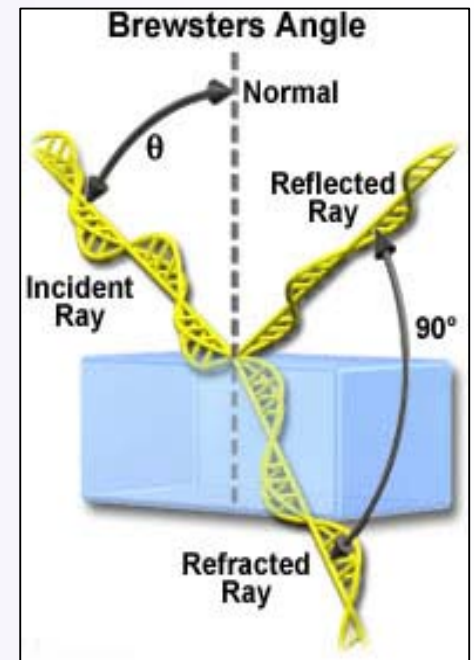
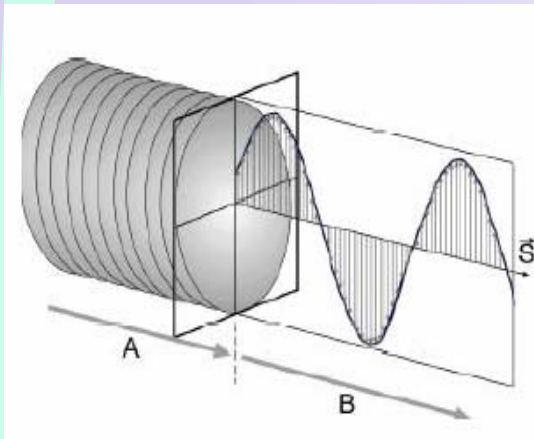
Discussió

Una ona és un camp que oscil·la en el temps i l'espai. En el cas de la llum el camp oscil·lant és electromagnètic i, en funció de la freqüència d'oscil·lació, la llum presenta un o altre color.



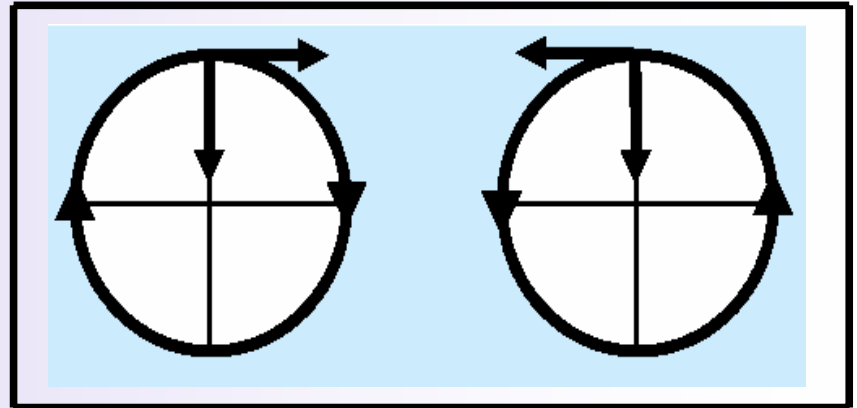
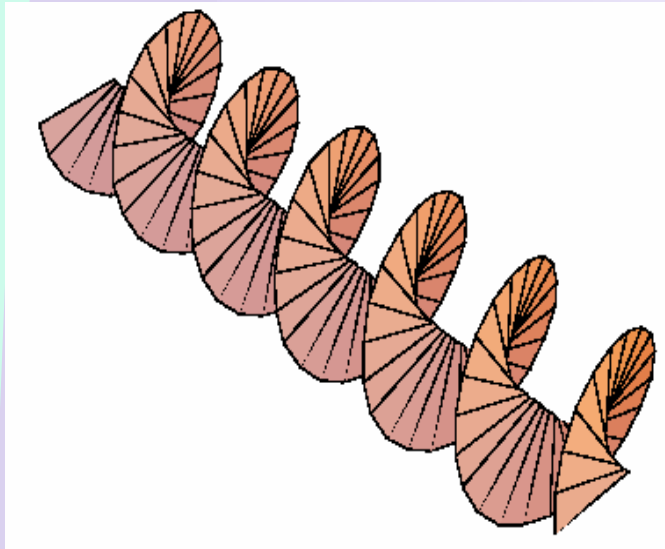
Discussió

La llum presenta també una altra propietat a banda del color, la polarització.



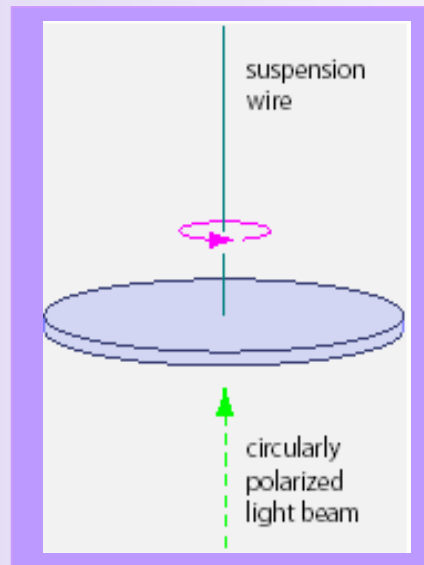
Discussió

La llum polaritzada circular resulta d'una superposició de polarització vertical i horitzontal, amb el pertinent desfase.



Discussió

La polarització circular implica una rotació i per tant un moment angular. Beth ho va mostrar experimentalment.



Podem dir que polarització és una forma complicada d'indicar que la llum pot fer rodar els objectes que il·lumina.

Discussió

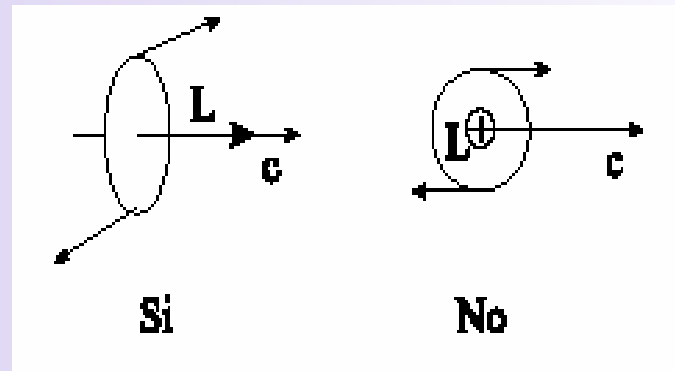
La llum està formada per una col·lecció de fotons. Cada fotó posseeix un moment angular $S = \hbar$, cosa que indica que el fotó presenta una rotació.

Malgrat que macroscòpicament qualsevol parella de polaritzacions independents constitueixen una base, la polarització circular és una propietat intrínseca de les partícules de llum.

... Si l'espín del fotó pot adquirir valors $S_z = \pm \hbar$, hauria de ser possible també tenir fotons amb $S_z = 0$. Açò no s'observa experimentalment....

Discussió

El motiu deriva del fet que els fotons van a la velocitat c de la llum. Aleshores, l'eix de rotació ha de ser paral·lel a la direcció del moviment i la velocitat de rotació perpendicular si no volem superar c .



Si el fotó tingués massa ($v < c$), si que podria presentar component z zero d'espín.

L'espín ens indica la polarització de la llum.

Discussió

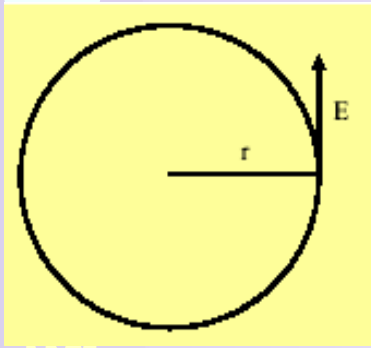
La magnitud \hbar de l'espín de fotó no hauria de ser cap sorpresa.

Clàssicament l'energia E i el moment angular S que transporta la llum polaritzada circularment estan relacionades: $S=E/\omega$.

$$\left. \begin{array}{l} E = \hbar\omega \\ S = E/\omega \end{array} \right\} \Rightarrow S = \hbar.$$

Discussió (deducció de la relació $S=E/\omega$).

Fem incidir llum polaritzada circular sobre un àtom.



El camp elèctric E exerceix una força i un moment sobre l'electró:

$$F=e E \quad ; \quad M = e r \wedge E$$

M provoca variació de moment angular $M=dL/dt$ i treball $W=M d\theta$.

$$\text{En un període} \left\{ \begin{array}{l} W=2 \pi M \\ \Delta L = M T = M 2 \pi / \omega \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta L=W/\omega \equiv L=E/\omega$$

Discussió

Les partícules materials també presenten espín
⇒ les ones de matèria també poden ser polaritzades!

L'espín descriu la manera en que les partícules roden.
⇒ aquestes no poden ser simples esferes puntuals!

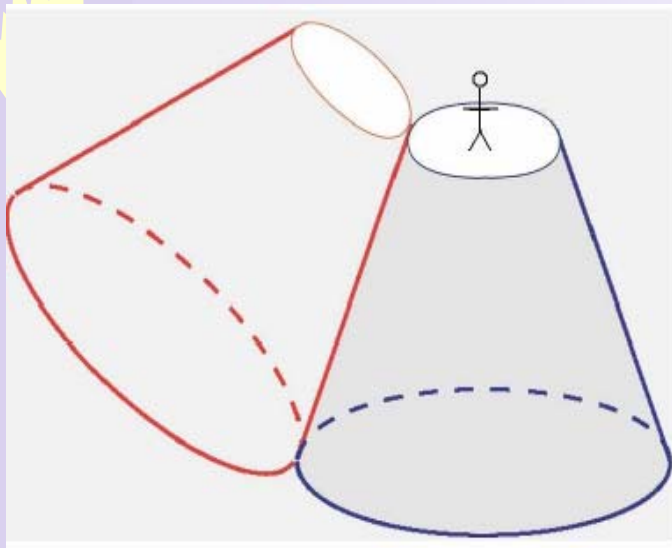
Electrons, protons i neutrons tenen espín $S = \frac{1}{2}$.

I com els fotons, també dues orientacions: $S_z = \pm \hbar/2$.

Discussió

Moments angular fraccionaris no són freqüents en la vida ordinària. $S=\frac{1}{2}$ significa que cal una rotació 4π per tornar al punt inicial.

Els conus de Weyl:



L'observador veu que el segon conus realitza una rotació 4π per retornar al punt inicial.

Discussió

L'espín està íntimament relacionat amb l'estadística.

Bosons (espín enter) Sense restriccions en la distribució estadística.

Fermions (espín semienter) estadística regida pel principi de Pauli.

En contrast amb el comportament aïllacionista dels fermions, als bosons els agrada estar junts. Poden actuar orquestradament i produir efectes macroscòpics: milions de fotons poden unir-se coherentment i donar lloc a una ona electromagnètica macroscòpica.

El principi de Pauli li ho impedeix als electrons: malgrat que els electrons tenen una ona associada, mai veurem ones macroscòpiques d'electrons!

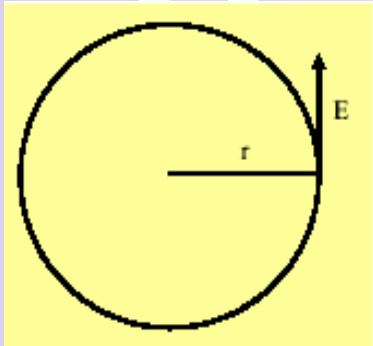
Discussió

El diferent comportament estadístic fa que donen lloc a fenomenologies completament diferents:

La matèria és impenetrable, la podem tocar.

La llum és intangible i, com un fantasma, la podem travessar.

Discussió (La matèria és bàsicament espai buit)



Radi àtom d'hidrogen $5 \cdot 10^{-9} \text{m}$.

Radi del un protó 10^{-15}m

Radi de l'electró $3 \cdot 10^{-15} \text{m}$

Radi de l'àtom d'hidrogen un milió de vegades major que el radi de les seues dos partícules!

Còm explicar la impenetrabilitat si la matèria és casi espai buit?

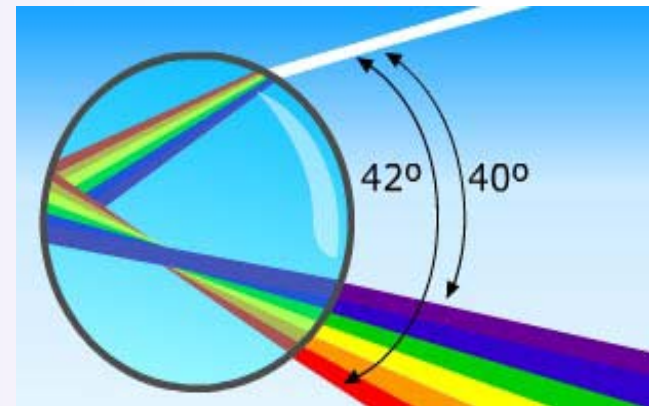
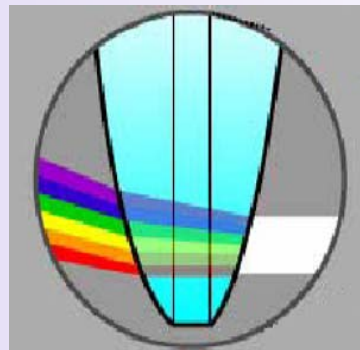
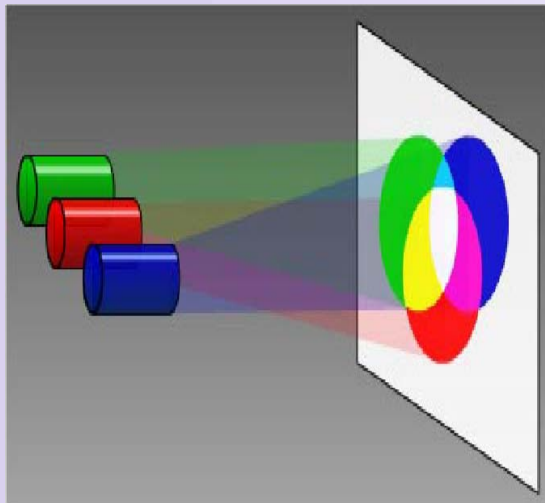
El principi d'exclusió n'és al motiu. Dos trossos de matèria que s'interpenetren un en l'altre: els electrons dels dos àtoms haurien d'estar en el mateix lloc, tindrien el mateix estat i això està prohibit.

El mateix principi justifica perquè les estrelles de neutrons no col·lapsen sota la seua pròpia gravetat. A un cert punt, la pressió efectiva de Pauli fa acte de presència i ho impedeix.

Discussió

La llum (bosons) poden interpenetrar-se sense més problemes.
Entre els bosons no hi ha principi d'exclusió.

Així es justifica la segona llei de l'òptica geomètrica que diu que dos rajos de llum que es tallen no es pertorben l'un a l'altre, propagant-se de manera independent.



Discussió

Però l'estadística, la definició de fermió i bosó, no deriva de rotacions, si no de bescanvi de partícules idèntiques:

$|\Psi(x_1, x_2)|^2 \Rightarrow$ densitat de probabilitat

$|\Psi(x_1, x_2)|^2 = |\Psi(x_2, x_1)|^2 \Rightarrow$ dues possibles solucions

Bosons: $\Psi(x_1, x_2) = \Psi(x_2, x_1)$

Fermions: $\Psi(x_1, x_2) = -\Psi(x_2, x_1)$

La darrera equació fa evident el principi de Pauli per a fermions:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \Psi(x_1, x_2) = 0.$$

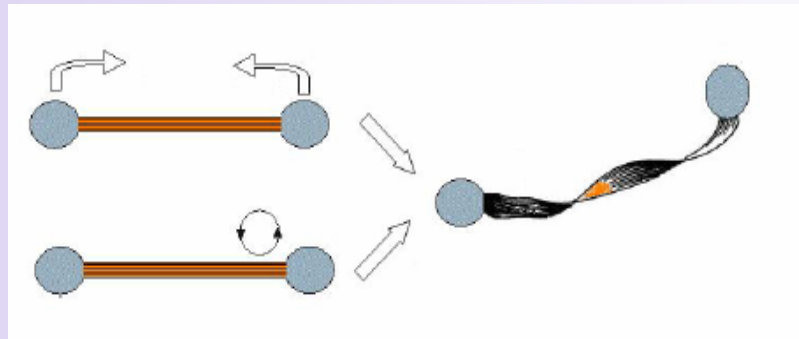
Discussió

Espín (rotació) i bescanvi (permutació) han d'estar relacionats.

El cinturó de Dirac: dos fermions idèntics units per una cinta.

Una rotació 2π en un extrem produeix una enroscadura.

Un bescanvi de partícules produeix una enroscadura.



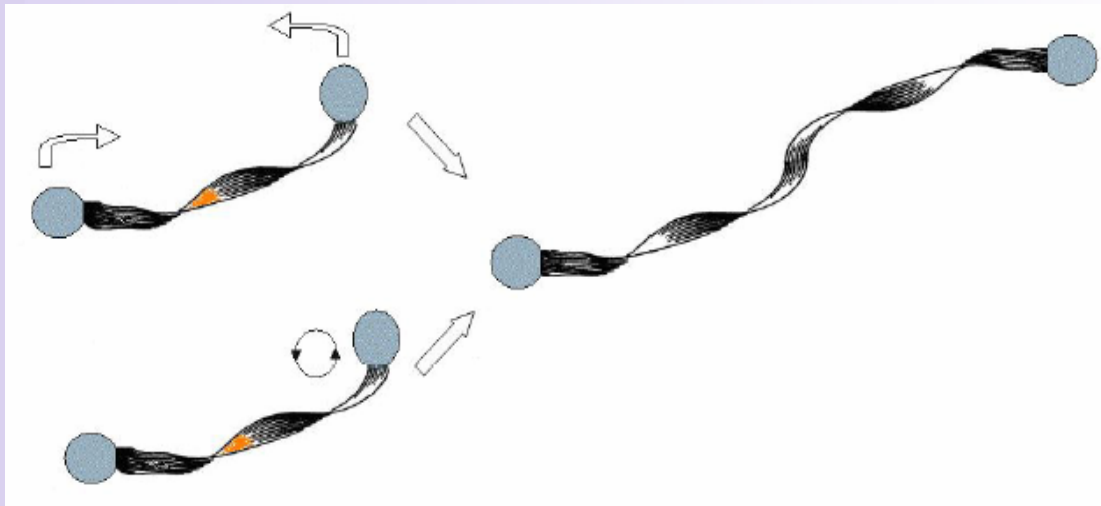
Discussió

Una segona rotació 2π (total 4π) \Rightarrow dues enroscadures.

Un segon bescanvi:

la primera partícula passa sempre per dalt \Rightarrow dues enroscadures.

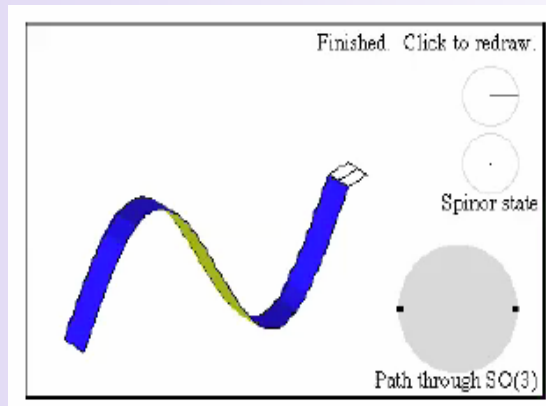
(Si en cada bescanvi passa una partícula per dalt \Rightarrow situació original.)



Discussió

Allò important és el bescanvi i no la manera en que aquest s'efectua.
Dues enroscadures i una cinta plana són equivalents:

Animació de Greg Egan (les partícules no alteren la seua posició)



Discussió

La rotació d'un cos macroscòpic suposa un bescanvi continu de la posició de les seues part constituents.

No caldria sorprendre'ns perquè rotació i bescanvi són les dues cares d'una mateixa moneda

Si l'estadística ve marcada per la permutació (bescanvi), aquesta ha de poder ser etiquetada per la rotació (espín).



Gràcies per l'atenció