

The spin-statistics connection

J. Planelles

Dept. de Química Física i Analítica
Universitat Jaume I

2019



Química Quàntica

The spin-statistics connection

La demostració (Pauli 1940) basada en teoria relativista de camps
Ací mostrem l'alternativa simple (no general) de Jabs 2014.

Assumim que l'espín és un moment angular d'una coordenada χ **no espacial**, i
de manera semblant al moment angular, escrivim: $\Psi = e^{im\chi} \phi(a,m)$.

Un sistema de dues partícules: $\Psi(1,2) = e^{im_a\chi_a} \phi(a,m_a) e^{im_b\chi_b} \phi(b,m_b)$.

Efectuem el bescanvi en dues etapes.

Etapa primera: $a,m_a \rightarrow b,m_b$.

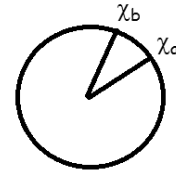
$$\Psi = e^{im_b\chi_a} \phi(b,m_b) e^{im_a\chi_b} \phi(a,m_a).$$

The spin-statistics connection

Etapa segona: fem el canvi en l'angle χ_a, χ_b .

Cal sumar a χ_a la quantitat $\chi_b - \chi_a$.

Cal sumar a χ_b la quantitat $2\pi - (\chi_b - \chi_a)$.



$$\begin{aligned}\Psi(2,1) &= e^{im_b(\chi_a + \chi_b - \chi_a)} \phi(b, m_b) e^{im_a(\chi_b + 2\pi + \chi_a - \chi_b)} \phi(a, m_a) \\ &= e^{im_b\chi_b} \phi(b, m_b) e^{im_a\chi_a} e^{im_a 2\pi} \phi(a, m_a) \\ &= (-1)^{2m_a} e^{im_b\chi_b} \phi(b, m_b) e^{im_a\chi_a} \phi(a, m_a) \\ &= (-1)^{2m_a} \Psi(1,2)\end{aligned}$$

Per tant, si l'espín és enter la funció és simètrica respecte el bescanvi de partícules, si és semienter és antisimètrica.

That's all folks!