SU(3) i les partícules nuclears

En 1930 sols se coneixien dos barions: el protó i el neutró. Tots dos conformen l'estructura nuclear i tenen una massa molt semblant (i.e. una energia , $E=mc^2$, semblant) $(m_n-m_p)/m_p=0.0014$. Heisenberg, per facilitar l'estudi de l'estructura nuclear, va imaginar que, sota la interacció forta, protó i neutró eren dos estats degenerats d'una mateixa partícula i que la petita diferencia de massa derivava d'un Hamiltonià feble pertorbatiu depenent de la càrrega. Per analogia amb els estats α i β d'espín, va imaginar que protó i neutró eren dos estats[1] amb diferent component z d'una magnitud nova que anomenà isospín, la qual no té cap relació amb l'espín, però les dues components d'isospín obeeixen les mateixes relacions matemàtiques que els estats α i β d'espín.

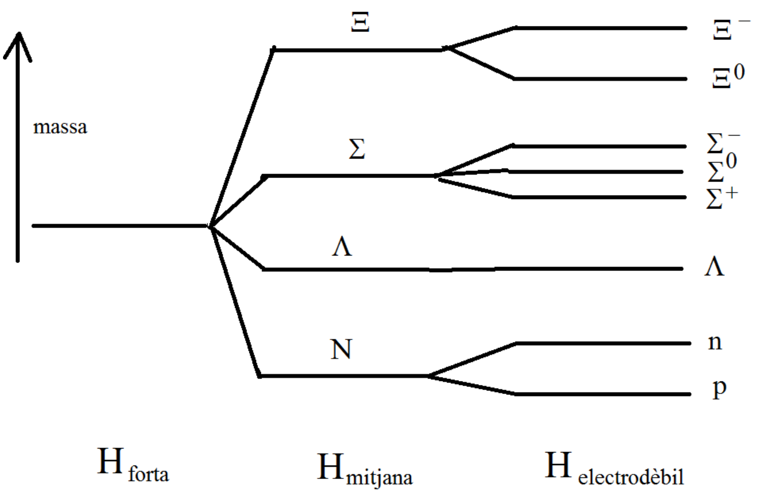
En absència de forces depenent de la càrrega (força electrodèbil) l'isospín es conserva (protó i neutró tenen la mateixa massa) i tenim una doble degeneració.

De manera anàloga al que passa amb l'espín en absència de pertorbacions, l'Hamiltonià nuclear (que ens és desconegut) ha de ser invariant sota el grup de simetria generat per les matrius d'isospín, que són també les matrius 2x2 de Pauli, generadores del grup SU(2).

Pels voltants de 1960 se troben més partícules, en particular hi ha un octet de barions amb massa molt semblant:

Partícula	Massa (MeV)
Ξ^-	1321.30
Ξ^0	1314.90
Σ^-	1197.41
Σ^0	1192.54
Σ^+	1189.47
Λ	1115.50
n	939.550
p	938.256

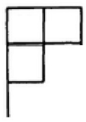
A més, si mirem la taula, les partícules semblen agrupades en multiplets: un doblet { Ξ^-, Ξ^+}, un triplet { Σ^-, Σ^0, Σ^+}, un singulet { Λ } i el conegut doblet {p,n}:



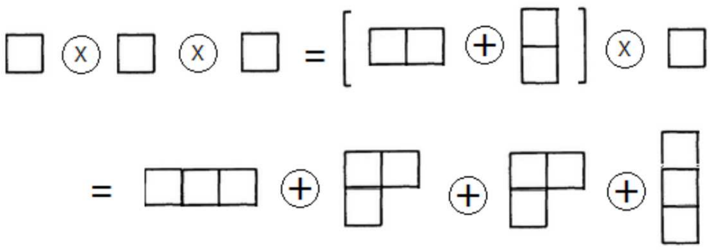
Aquest fet va fer pensar que l'Hamiltonià dels barions tenia tres termes, un d'interacció forta que donava lloc a una degeneració de vuit estats (octuplets), una segon interacció que eliminava part de la degeneració

[1] Un motiu addicional que ajuda a pensar d'aquesta forma, és a dir, que el neutró és un estat excitat del protó, és el fet de tenir el neutró més energia (més massa) que el protó i ser el neutró inestable fora del nucli amb una vida mitjana de 881.5 s, sofrint l'anomenat decaïment β en el que desapareix un neutró donant lloc a un protó més un electró i un neutrino (de manera semblant a com un hidrogen en un estat excitat 2p decau espontàniament en un hidrogen a l'estat fonamental 1s més un fotó).

però que encara conservava l'isospín, i una interacció electrodèbil que trencava tota la degeneració. Per tant, a més de l'isospín hi havia un altre invariant que van anomenar hipercàrrega i que també commutava amb la interacció forta. Per tant, el grup de simetria que justificava l'octuplet havia de ser supergrup de SU(2) i tenia que tenir dos operadors de Casimir (un per cada invariant). El grup més senzill que dóna compliment a aquest requisits és SU(3). Finalment, havia de succeir que tingués almenys una irrep vuit vegades degenerada. La més senzilla de les irreps octo-dimensionals de SU(3) és la [2 1 0], que en termes de tableaux de Young la representem:



Vegem com podem construir aquesta representació a partir de la representació fonamental del grup [1] que també representem per :



Reescrivim el producte anterior amb la notació de dimensions:

$$[3] \otimes [3] \otimes [3] = ([6] \oplus [3]) \otimes [3] = [10] \oplus [8] \oplus [8] \oplus [1].$$

Triem doncs l'octuplet [2 1 0] de SU(3) i, en aplicar la interacció mitjana, tenim que reduir la simetria a SU(2). La base Gelfand-Tsetlin en SU(3) és:

$$\begin{matrix} 2\,1\,0 & 2\,1\,0 & 2\,1\,0 & 2\,1\,0 & 2\,1\,0 & 2\,1\,0 & 2\,1\,0 & 2\,1\,0 \\ 2\,1 & 2\,1 & 2\,0 & 2\,0 & 2\,0 & 1\,1 & 1\,1 & 1\,0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

que subdueix en SU(2) un triplet [2 0], dos doblets [2,1],[1,1] i un singulet [1,0]:

$$\begin{matrix} 2\,1 & 2\,1 \\ \underbrace{2 \quad\quad 1}_{\text{doblet}} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2\,0 & 2\,0 & 2\,0 \\ \underbrace{2 \quad\quad 1 \quad\quad 0}_{\text{triplet}} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1\,1 & 1\,1 \\ \underbrace{1 \quad\quad 0}_{\text{doblet}} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1\,0 \\ \underbrace{1}_{\text{singulet}} \end{matrix}$$

En termes de tableaux de Young:

$\frac{3\ 4}{2} \Big/ \frac{3\ 1}{1} = 8$ $\frac{2\ 3}{1} \Big/ \frac{3\ 1}{1} = 2$ $2\ 3 / 2\ 1 = 3$ $\frac{2}{1} \Big/ \frac{2}{1} = 1$ $2 / 1 = 2$

octuplet ---> doblet   triplet   singulet   doblet

on, en la última file, hem calculat les dimensions de les representacions.