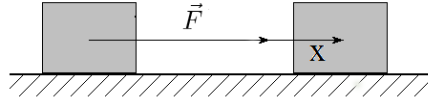
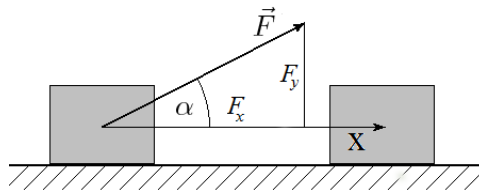


## Motivant el producte escalar des de la definició de treball mecànic.

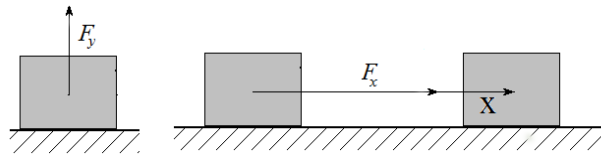
Considerem una força  $F$  aplicada a un cos que produeix un desplaçament  $x$  en la direcció d'  $F$  i, per tant, un treball  $W = F \cdot x$



Si la força no és paral·lela al desplaçament, podem considerar-la descomposada com suma de les seues components,



i estudiar separatament l'acció (el treball) que efectua cada component:



Mentre  $F_y$  no fa cap acció,  $F_x$  desplaça el cos. Per tant, tot el treball de la força  $F$  el realitza la seua component  $F_x$ :  $W = F_x \cdot x$ . Ara bé, de la figura superior tenim que  $F_x = F \cos \alpha$ . Per tant, el treball serà  $W = F \cdot x \cdot \cos \alpha$ . Definim el treball com el producte escalar dels vectors  $\vec{F}$  i  $\vec{x}$ :

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x} = F \cdot x \cdot \cos \alpha$$

Si escrivim els vectors  $\vec{F}$  i  $\vec{x}$  en termes de vectors de longitud unitat ( $\vec{i}, \vec{j}$ ) al llarg dels eixos,  $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$ ,  $\vec{x} = x \vec{i} + 0 \vec{j}$ , tenim que  $\vec{F} \cdot \vec{x} = F_x x \vec{i} \cdot \vec{i} + F_y 0 \vec{j} \cdot \vec{j}$ .

Com el producte escalar  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \alpha$ , aleshores  $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = 1$ , de manera que el producte escalar es pot calcular també com la suma dels productes de components:

$\vec{F} \cdot \vec{x} = F_x x + F_y 0$ , que podem escriure també en notació matricial:

$$\vec{F} \cdot \vec{x} = (F_x \quad F_y) \cdot \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} = F_x \cdot x$$

---