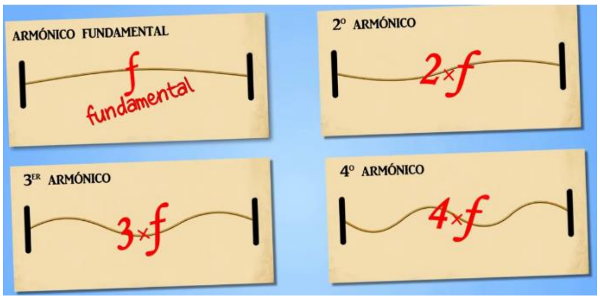
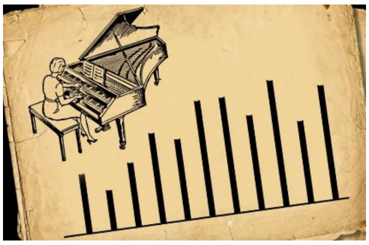
Música i física

En una corda únicament poden vibrar els harmònics. Les altres freqüències tenen interferències destructives que les anul·len:



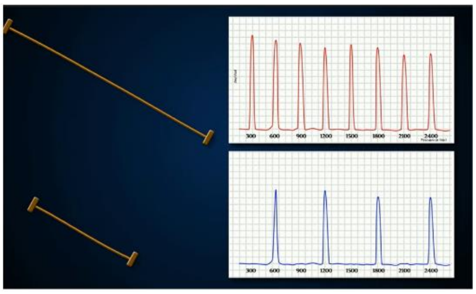
El primer harmònic, anomenat *fonamental*, abasta la longitud L, el segon L/2, tercer L/3, etc. Per tant, les freqüències del segon, tercer ... harmònic són el doble, el triple ... de la freqüència fonamental. Recordem que un so pur ve representa per l'expressió $y = A\,Sin\,\frac{n\pi}{L}x$, que assegura que té amplitud zero als extrems i que genera (n-1) nodes equidistants. La magnitud $\lambda = \frac{2L}{n}$ és la longitud d'ona, relacionada amb la freqüència a través de la velocitat de propagació $\mathrm{v} = \frac{x}{t} = \frac{\lambda}{T}$, on T és el període o inversa de la freqüència ν, de manera que, en l'escala de temps: $y = A\,Sin\,\frac{\pi}{\lambda}x = A\,Sin\,\frac{2\pi}{T}t = A\,Sin\,2\pi\nu t = A\,Sin\,\omega t.$

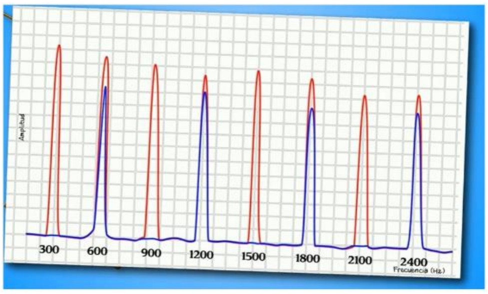
Ara bé, quan fem sonar una corda (guitarra, piano, violí etc.) activem tots els seus harmònics, amb una intensitat o amplitud característica i depenent de l'aparell musical.



L'envolupant de tots els harmònics en una descomposició de Fourier és l'empremta digital de l'instrument. Per això, si gravem el LA del piano i amb un sintetitzador fem zero la freqüència fonamental i el tornem a sentir, continuem sentint el LA del piano (*experiment de la fonamental que falta*). El nostre cervell identifica l'empremta digital "defectuosa" que hem construït, malgrat eliminar la nota fonamental (aquella nota pura --sense harmònics-- del diapasó o aparell electrònic que usem per afinar).

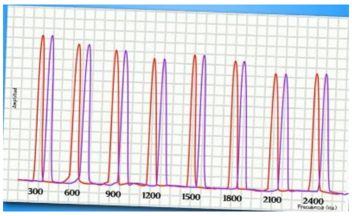
Per això, en reduir la longitud d'una corda a la meitat els sons són molt semblants:[1]



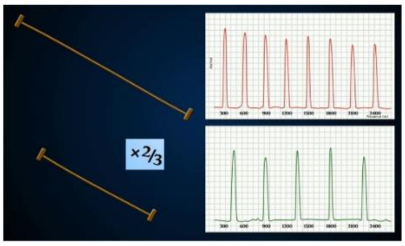


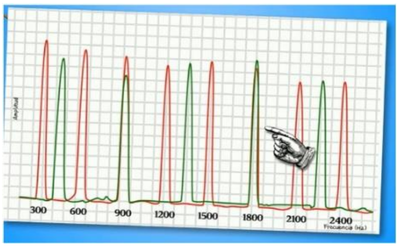
De fet, si fem sonar les dues cordes simultàniament, sonen molt be. Gairebé únicament sentim el to més baix. El motiu és que la corda curta no activa cap harmònic que no activava la corda llarga. Diem que tenen la màxima consonància. L'harmònic fonamental de la corda curta té una freqüència el doble que l'harmònic fonamental de la corda llarga. Per aquest motiu, en música li se'ls assigna el mateix nom (per exemple LA), i diem que el LA de la corda curta és una octava més alta que el LA de la corda llarga.[1]

Per contra, si fem sonar dues cordes de longitud arbitràries escoltem un so dissonant (que sona malament). I és que no tenen harmònics comuns:



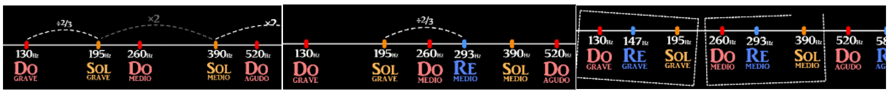
Curiosament, hi ha valors racionals entre les longituds de les cordes que vibren que fa que quan sonen juntes trobem consonància (no tan perfecta com amb les octaves). Per exemple 2/3:



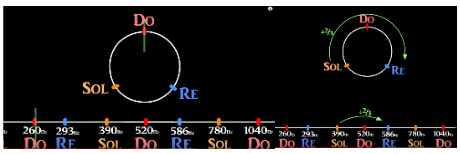


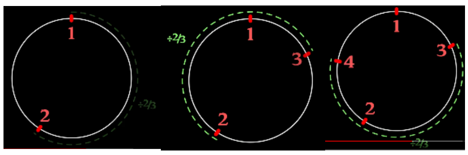
En aquest cas trobem que hi ha harmònics idèntics i altres nous. Si la longitud de la corda curta és 2/3 la seua freqüència fonamental és 3/2 de la freqüència de la corda llarga. En efecte, com la velocitat $v = \frac{\lambda}{\nu} = \frac{\lambda'}{\nu'}$ és una constant, si fem que la segon corda siga 2/3 de la primera, la longitud d'ona serà també 2/3 i, per tant, la freqüència de la corda curta serà 3/2 de la de la corda llarga. A la nota generada per la corda curta s'anomena *quinta* (de la nota generada per la corda llarga).

Dins l'interval entre l'harmònic fonamental i primer harmònic podem, amb quintes i octaves, anar generant distintes notes musicals:



Podem restringir-nos a representar una octava, que equival a identificar una nota i la seua octava, com quan identifiquem els extrems d'una corda i definim un cercle. Anar fent créixer octaves és rodar el cercle. I en aquest cercle, amb quintes, (2/3), podem anar generant notes dins de l'octava:



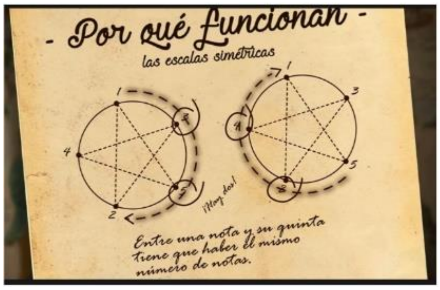


D'aquesta manera creem el que s'anomena una escala musical. Per a que sone bé, hom observa que cal que l'escala siga simètrica. Per exemple, l'anomenada escala pentatònica:

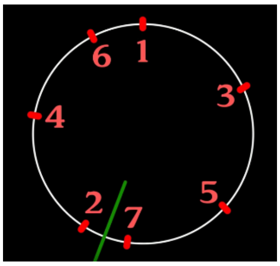
---

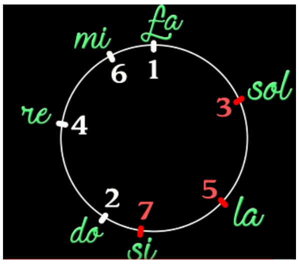
[1] Podríem pensar que la longitud L de la corda és la cosa rellevant per a definir el to fonamental. Però una mateixa longitud, en afinar-se, e.g. fa créixer la constant de força "k" i minvar la densitat de massa "m", i per tant, canvia la freqüència ω ($\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$).

Tanmateix sembla que per a que sone bé una escala cal que entre una nota i la seua quinta han d'haver-hi el mateix nombre de notes:



L'escala més famosa és la de 7 notes, que segons per on comencem a fer-la sonar genera les anomenades 7 escales musicals (major, menor, dòrica ... i frígia) :

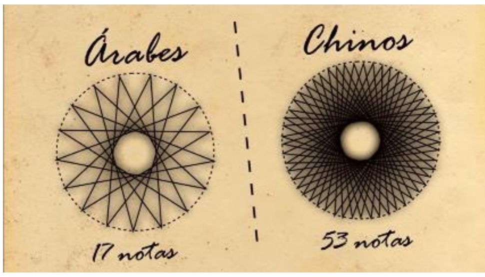




Però l'escala completa té 12 notes (7 naturals i 5 sostinguts) i s'anomena escala cromàtica i equival a dividir la octava en 12 parts, de manera que per anar d'una nota, per exemple el LA central del piano que està a 440 Hz, als semitò superior o inferior només[2] cal multiplicar (o dividir) per $\sqrt[12]{2}$.

Nota	Frecuencia (Hz)
Si	$440 \times (\sqrt[12]{2})^{2}$ $\times\sqrt[12]{2}$
La#	$440 \times (\sqrt[12]{2})^{1}$
La	440
Sol#	$440 \times (\sqrt[12]{2})^{-1}$
Sol	$440 \times (\sqrt[12]{2})^{-2}$ $\div\sqrt[12]{2}$

Però amb quintes i octaves podem anar més enllà de dividir de manera simètrica el cercle musical.[3] De fet, l'escala cromàtica d'àrabs i xinesos en temps antics tenien 17 i 53 notes, respectivament.



[2] La freqüència del LA és 440Hz. El seu harmònic serà 880Hz. La manera de fer que la distància entre els dos siga la unitat hem d'usar logaritmes: $Log_2 \frac{880}{440} = Log_2 2 = 1$. Per tant, si assignem valor zero al LA ($\nu_0 = 440$) i dividim en 12 parts, la següent nota tindrà una freqüència tal que $\frac{1}{12} = Log_2 \frac{\nu}{\nu_0} \Rightarrow 2^{1/12} = \frac{\nu}{\nu_0} \Rightarrow \nu = \sqrt[12]{2}\, \nu_0$.

[3] Cal dir que la quinta genera notes múltiples de $Log_2 \frac{2}{3}$. Atès que 3^k no és mai exactament una potencia $2^{k'}$de 2, cap escala generada per quintes és exactament igual a una escala equidistant (escala amb *igual temperament*), però les diferències són menors (no apreciables per la oïda) si *k* és un enter, com ha de ser sempre el cas. Per tant, mantenim la nomenclatura de *quintes*, encara que sempre fem ús d'escales amb *igual temperament*.

Percepció i realitat física

Ens podem preguntar si l'harmonia percebuda en la música és quelcom purament físic o té relació amb la percepció del so. De fet, al llarg dels segles, molts autors han suggerit aquesta possibilitat. Concretament, el propi Isaac Newton [2] ja va tractar de relacionar els colors lluminosos del prisma i les set notes musicals que formen una escala. De fet, hi ha un transtorn sensoperceptiu denominat sinestèsia on la percepció de l'estímul auditiu provoca simultàniament l'estímul de la visió; els sons, les paraules o la música evoquen simultàniament la visió de colors.[3] No tinc coneixement sobre l'assoliment d'una resposta definitiva a la pregunta formulada sobre si l'harmonia percebuda en la música és quelcom purament físic i no intervé cap component subjectiva. Tanmateix, estudis relativament recents que relacionen música i color arriben a trobar relacions lineals entre color i so [4]. Ara bé, la relació trobada, per exemple, en l'article esmentat, $\lambda_c = 72.135\, Ln(\lambda_m) + 577.76$, amb λ_c, λ_m les longitud d'ona del color i nota musical, és descoratjadora. Ho és per una banda perquè apareixen nombres no enters o racionals en la fórmula, però sobretot perquè relacionen una longitud d'ona amb el logaritme d'un altra, tractant així dues magnituds equivalents de manera diferent. Tanmateix, la linealitat no s'aconsegueix amb freqüències o tractant les dues magnituds de manera equivalent.

Podem almenys sospitar que el diferent mecanisme de percepció de sons i colors condiciona la relació entre música i color, per tant, incloent-hi un factor subjectiu. Al remat, escoltem música perquè el so fa vibrar la membrana del timpà i la vibració de membranes es basa en els mateixos principis que la vibració de cordes, ja que són materials elàstics tibats. La diferència, és que mentre la corda és una línia de punts vibrant, la membrana és una superfície, i els punts nodals de la corda es transformen en línies nodals a la membrana; per tant les ones lineals en la corda, són de tipus superficial a la membrana, de manera que les ones estacionàries són de tipus bidimensional.

Per tant, és possible que un dels motius que ens fa percebre harmonia en escoltar una nota i a seua octava puga tindre relació en el fet que la percepció d'un so pur (com ara un diapasó que no genera harmònics), en traduir-se en gradients de pressió de l'aire que percudeixen sobre la membrana acústica, generen una oscil·lació fonamental, però també harmònics que conjuntament se transmeten per la cadena d'ossets fins el cervell.

En altres paraules, de confirmar-se la component subjectiva en l'apreciació de la consonància i dissonància acústica, les possibilitats de traduir les harmonies musicals a altres camps de la ciència no seria, si més no, lineal o simple, cosa que no impossibilita totalment l'establiment d'analogies com una guia en la recerca d' acordes (veure apèndix) o, en general, de noves harmonies en ciència.

[1] vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=P7iC-fbdKmQ

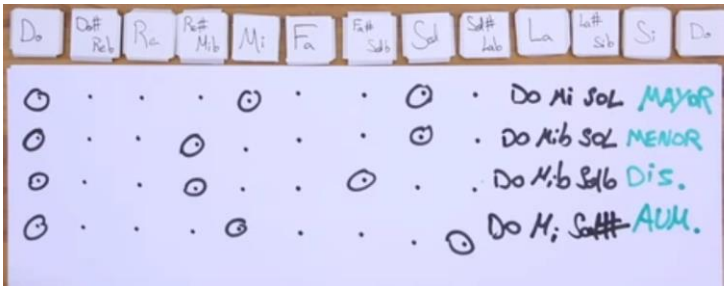
[2] K. Peacock, "Instruments to perform color-music: Two centuries of technological experimentation", *Leonardo* 21, 397-406 (1988).

[3] K. Peacock, "Synaesthetic percepcion: Alexander Scriabin's color hearing", *Music Percepcion* 2, 483-505 (1985).

[4] Joaquín Pérez, Eduardo J. Gilabert, "Color y música: Relaciones físicas entre tonos de color y notas musicales", *Opt. Pura Apl.* 43 (4) 267-274 (2010).

Apèndix: Els acordes

Són tres notes que sonen simultàniament. En el gràfic presentem el DO major, menor, disminuït i augmentat. Els acordes majors a partir de la nota (e.g. DO) contem 4 semitons (MI) i després 3 semitons (SOL). Per tant el DO major és DO-MI-SOL. Els acordes menors són 3 i 4 semitons (DO-RE#-SOL), els diminuts 3 i 3 (DO-RE#-FA#), i els augmentats 4-4 (DO-MI-SOL#). Tenim doncs: 4-3, 3-4, 3-3 i 4-4.



Com un segon exemple presentem el RE major: RE-FA#-LA

Un acorde de 3 notes, per exemple Do Major (Do-Mi-Sol), segueix sent el mateix acord encara que canvie l'ordre de les notes. És a dir, els exemples següents serien tots exemples d'un acorde Do major:

Do-Mi-Sol
Do-Sol-Mi
Mi-Sol-Do
Mi-Do-Sol
Sol-Do-Mi
Sol-Mi-Do

A més, igual té l’octava en que estiga cada nota (o que cada nota la toque un instrument diferent). L'acorde seguirà sent el mateix. Ara bé. Sonen semblant, però amb algunes diferències. Sobretot, les que tenen a veure amb la nota més greu.