

Hamiltoniana en presència d'un camp magnètic V: Excitons en anells quàntics i efecte Aharonov-Bhom òptic

JOSEP PLANELLES

*Departament de Ciències Experimentals, Universitat Jaume I,
Apartat 224, E-12080 Castelló, Spain*

Març 2005

Excitons en anells: efecte Aharonov-Bhom òptic.

En aquest apartat explorarem si els estats quàntics d'un excitó (estat enllaçat d'un electró i un forat, aleshores sistema electrònicament neutre) confinat en una anell 1D seran sensibles a la variació de flux a través de l'esmentat anell. Considerarem inicialment que el camp magnètic és zero en la regió on s'hi troba el sistema de manera que sobre ell no s'aplique cap força clàssica de Lorentz.

Considerarem que, de la mateixa manera que l'electrò, també el forat juga ser descrit pel model d'una banda. Aquesta hipòtesi és raonable si estem interessats en estudiar els forats de l'extrem superior de la banda de valència i tenim a més a més en compte que en anells autoordenats sempre hi ha presents forces elàstiques que trenquen la degeneració dels forats pesants i lleugers, HH-LH, en el punt Γ de la primera zona de Brillouin. Els forats a considerar seran doncs HH, les parts periòdiques dels quals escrivim com $|3/2, \pm 3/2\rangle = |P_x \pm iP_y\rangle|\alpha(\beta)\rangle$.

Sota aquestes hipòtesis, l'hamiltonià d'un electró i un forat que es mouen al llarg d'un anell 1D de radi R en absència de camp magnètic el podem escriure en a.u.

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m_e^*R^2} \frac{\partial^2}{\partial\phi_e^2} - \frac{\hbar^2}{2m_h^*R^2} \frac{\partial^2}{\partial\phi_h^2} + V_c(\phi_e - \phi_h) \quad (1)$$

on $V_c(\phi_e - \phi_h)$ és el potencial coulòmbic atractiu electrò-forat. Les masses efectives m_e^* i m_h^* les considerem totes dues positives i calculem les energies excitòniques sumant E_g als autovalors d'aquest hamiltonià, on E_g és la diferència energètica entre l'extrem superior de la banda de valència i el fons de la de conducció.

La presència d'un flux a través de l'anell implica el canvi:

$$\frac{\partial}{\partial\phi} \rightarrow \frac{\partial}{\partial\phi} - i\frac{qBa^2}{2\hbar} \begin{cases} \frac{\partial}{\partial\phi_e} \rightarrow \frac{\partial}{\partial\phi_e} + iF \\ \frac{\partial}{\partial\phi_h} \rightarrow \frac{\partial}{\partial\phi_h} - iF \end{cases} \quad (2)$$

on $a < R$ és el radi del cercle dins del qual $B \neq 0$, i F és el flux del camp, que expressarem en unitats $\Phi_0 = 2\pi\hbar/e$.

Si rebutgem per ara el terme coulòmbic, l'hamiltonià queda:

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m_e^*R^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial\phi_e^2} + 2iF \frac{\partial}{\partial\phi_e} - F^2 \right) - \frac{\hbar^2}{2m_h^*R^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial\phi_h^2} - 2iF \frac{\partial}{\partial\phi_h} - F^2 \right). \quad (3)$$

La funció $\Psi(\phi_e, \phi_h) = e^{iM_e\phi_e} e^{iM_h\phi_h}$ n'és pròpia amb valor propi,

$$\lambda = E - E_g = \frac{1}{2m_e^*}(M_e + F)^2 + \frac{1}{2m_h^*}(M_h - F)^2, \quad (4)$$

on hem assumit $R = 1$ per motiu de senzillesa. $M_e, M_h = 0 \pm 1 \pm 2 \dots$

La representació de l'energia E en front del flux F ens mostra canvis periòdics de l'estat

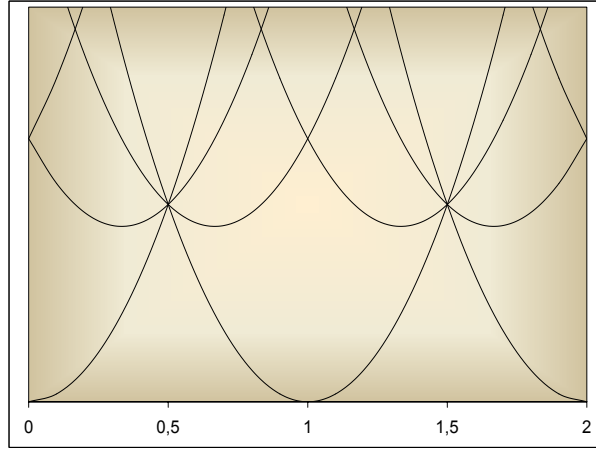


Figure 1: Nivells d'energia d'un excitó en un anell 1D vs. el flux (exclòs el terme d'atracció e-h).

fonamental (M_e, M_h) a valors semienters del flux, independentment de la relació m_e/m_h entre les masses efectives d'electró i fotat (vegeu Figura 1). Tanmateix, cal fer notar que els succesius estats fonamentals $(0, 0), (-1, 1), (-2, 2) \dots$ presenten un moment angular total $M_L = M_e + M_h = 0$. Açò comporta que no hi ha finestres de flux que siguin fosques per a la lluminiscència. En efecte, l'espectre d'emissió dels semiconductors a baixa temperatura està governat per l'estat fonamental excitònic, i la regla de selecció ens

indica que tan sols excitons amb moment angular total zero poden desaparèixer i emetre un fotó:

$$|\langle \Psi_e | \vec{p} | \Psi_h \rangle|^2 = |\langle \varphi_e | \varphi_h \rangle|^2 |\langle 1/2, \pm 1/2 | \vec{p} | 3/2, \pm 3/2 \rangle|^2 \quad (5)$$

Si tenim en compte que $|1/2, \pm 1/2\rangle = |S \alpha(\beta)\rangle$ i que $|3/2, \pm 3/2\rangle = |P_{\pm} \alpha(\beta)\rangle$, amb $P_{\pm} = P_x \pm P_y$, aleshores,

$$|\langle 1/2, \pm 1/2 | \vec{p} | 3/2, \pm 3/2 \rangle|^2 = |\langle S | \vec{p} | P_{\pm} \rangle|^2 |\langle \alpha(\beta) | \alpha(\beta) \rangle|^2 = \mathcal{P}^2 \quad (6)$$

on \mathcal{P} és l'anomenat paràmetre de Kane.

Per una altra banda,

$$\langle \varphi_e | \varphi_h \rangle = \int_0^{2\pi} e^{i(M_e - M_h)\phi} d\phi = \delta(M_e, M_h). \quad (7)$$

En altres paraules, les variacions de flux, tot i alterar periòdicament l'estat fonamental excitònic, aquest canvi no té reflex en l'espectre òptic (no s'observa cap efecte AB òptic).

Considerem ara un model molt simplificat d'anell 2D en el qual assignem a electró i forat òrbites fixes però de radis R_e i R_h diferents, diferències que podríem justificar en base a la distinta massa efectiva d'una i altra partícula. Si assumim que el flux és produït per un camp magnètic B únicament no nul en un cercle a l'interior de l'anell de radi $a < R_e, R_h$, obtenim el mateix resultat negatiu que abans per a l'efecte AB òptic. Si permetem però que B siga no nul també en la regió on està el sistema (Govorov et al. PRB 66 (2002) 081309), aleshores un mateix camp magnètic produeix fluxos diferents dins les òrbites de l'electró i forat, $F_e = \pi R_e^2 B / \Phi_0$, $F_h = \pi R_h^2 B / \Phi_0$, on Φ_0 és la unitat de flux. A conseqüència d'açò es perd l'elevada simetria de la figura 1 i estats amb moment angular total no nul poden passar a ser l'estat fonamental en determinades finestres de flux magnètic. Finestres on la regla de selecció $M_L = 0$ suprimeix dramàticament la intensitat d'emissió (finestres fosques). Cal subratllar que l'efecte AB òptic descrit s'origina a partir del flux net ΔF a través de l'àrea que hi ha entre les òrbites de l'electró i el forat. L'existència de finestres fosques d'emissió ha estat observat també en sofisticats models

multibanda, autènticament 3D, d'anells quàntics autoordenats en presència d'un camp magnètic axial uniforme on ha estat exclosa la atracció coulòmbica (Climente et al. PRB 68 (2003) 075307).

Abans de considerar la inclusió del terme d'atracció coulòmbica realitzarem el canvi de variable: $s = (m_e^* \phi_e + m_h^* \phi_h) / (m_e^* + m_h^*)$, $r = (\phi_e - \phi_h) / 2$ i tornarem a resoldre el problema amb aquestes noves variables. Aquest canvi de variables permet separar l'hamiltonià com una suma d'un hamiltonià $\mathcal{H}(s)$ que descriu el moviment del conjunt e-h, més un altre hamiltonià $\mathcal{H}(r)$ que descriu el moviment relatiu:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}(s) + \hat{\mathcal{H}}(r) = -\frac{1}{2M^*} \frac{\partial^2}{\partial s^2} - \frac{1}{8\mu} \left(\frac{\partial}{\partial r} + 2iF \right)^2, \quad (8)$$

on $M^* = m_e^* + m_h^*$ i $\mu = m_e^* m_h^* / M^*$.

La funció $\Psi = e^{iM_L s} e^{im_l r}$ és pròpia d'aquest hamiltonià amb valor propi,

$$\lambda = \frac{M_L^2}{2M^*} + \frac{1}{8\mu} (m_l + 2F)^2. \quad (9)$$

La comparació de les Eqs. 4 i 9 ens permet escriure:

$$M_L = M_e + M_h \quad (10)$$

$$m_l = \frac{2}{M^*} (M_e m_h^* + M_h m_e^*). \quad (11)$$

En aquest cas $\mathcal{H}(s)$ actua com una constant vs. F i els mímins de λ vs. F venen determinats pels valors $m_l = 0, -2, -4, \dots$ del moviment relatiu, tots ells associats amb $M_e + M_h = 0$.

Si incloem el terme coulòmbic, l'estat fonamental del moviment relatiu dóna lloc a un autovalor logàritmicament divergent i la autofunció associada és comporta com una funció δ (PRB 63 (2001) 195307, Am. J. Phys. 27(1959) 649), de manera que el parell e-h queda extremadament enllaçat i evita l'observació de cap canvi en variar el flux.

És clar que un model 1D és una idealització extrema d'anell quàntic estret. Una manera d'incorporar l'amplada finita de l'anell és introduint un paràmetre ξ en el terme coulòmbic,

$$V_c = -\frac{1}{\xi + 2R|\sin\phi|}, \quad (12)$$

que simula un promedi del potencial sobre la coordenada radial de l'anell. L'hamiltonià resultant no és integrable analíticament però admet una senzilla integració numèrica, que evidencia, per a valors raonables de ξ , la supressió d'oscil·lacions de l'estat fonamental i primers excitats, en perfecte acord amb resultats recents en anells 2D (PRB 63 (2001) 195307).

L'amplada finita de l'anell permet considerar una grau de llibertat addicional: podem fer que les òrbites d'electró i forat presenten radis R_e , R_h diferents, reflex de la seua diferent massa efectiva. Si assumim un camp magnètic $B \neq 0$ únicament en un cercle interior a l'anell de radi $a < R_e, R_h$, el model de les dues òrbites concèntriques per a l'electró i el forat en absència de terme coulòmbic queda representat per l'hamiltonià:

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{1}{2m_e^* R_e^2} \left(\frac{\partial}{\partial \phi_e} + iF \right)^2 - \frac{1}{2m_h^* R_h^2} \left(\frac{\partial}{\partial \phi_h} - iF \right)^2 \quad (13)$$

el qual no dóna lloc a resultats essencialment diferents als discutits abans.

Si fem que el radi a siga major que els radis d'electró i forat, de manera que els fluxos a través d'una i altra òrbita siguin diferents, el corresponent hamiltonià és ara:

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{1}{2m_e^* R_e^2} \left(\frac{\partial}{\partial \phi_e} + iF_e \right)^2 - \frac{1}{2m_h^* R_h^2} \left(\frac{\partial}{\partial \phi_h} - iF_h \right)^2. \quad (14)$$

Amb el canvi de variable $s = (m_e^* R_e^2 \phi_e + m_h^* R_h^2 \phi_h) / (m_e^* R_e^2 + m_h^* R_h^2)$ i $r = (\phi_e - \phi_h) / 2$ reescriuim aquest hamiltonià en la forma:

$$\hat{\mathcal{H}}(s, r) = \hat{\mathcal{H}}(s) + \hat{\mathcal{H}}(r) \quad (15)$$

on, en particular,

$$\hat{\mathcal{H}}(s) = -\frac{1}{2(m_e^* R_e^2 + m_h^* R_h^2)} \left(\frac{\partial}{\partial s} + i\Delta F \right)^2. \quad (16)$$

L'altre hamiltonià $\hat{\mathcal{H}}(r)$ també inclou els fluxos del camps, com ja passava en el cas particular $R_e = R_h$, eq. 8.

L'equació 16 presenta com a novetat que també $\hat{\mathcal{H}}(s)$ és funció del flux (sempre que $R_e \neq R_h$). Concretament és funció del flux net que hi ha entre les òrbites d'electró i forat. Els seus autovalors que els podem escriure:

$$E_{M_L} = \frac{(M_L + \Delta F)^2}{2(m_e^* R_e^2 + m_h^* R_h^2)}, \quad (17)$$

mostren una oscil·lació respecte del camp magnètic, més acusada quant més diferents siguin els radis de les òrbites d'electró i forat.

La inclusió del terme coulòmbic en $\hat{\mathcal{H}}(r)$ altera profundament els seus autovalors i autovectors. En particular, l'estat fonamental es correspon amb un estat fortament enllaçat i separat energèticament de la resta d'estats, de manera que és $\hat{\mathcal{H}}(s)$ qui determina la part més baixa de l'espectre excitònic. En aquest cas veiem, eq. 17, que l'excitò fonamental presenta oscil·lacions en les que canvia el su moment angular total M_L . Entre camp $B = 0$ i $B = B_c$ (B_c és el camp necessari per a que la diferència de fluxos siga $\Delta F = -1$), el moment angular de l'excitò fonamental és $M_L = 0$, cosa que li permet desaparèixer emetent un fotó. Superat B_c , l'excitò fonamental passa a tenir un moment angular $M_L = 1$ i és, en conseqüència, fosc.

Veiem que a diferència de l'efecte AB per a un o més electrons, en el qual si B penetra en el sistema es per la periodicitat perfecta, en el cas de l'excitò no és possible observar l'efecte AB òptic a no ser que B penetre en el sistema i genere un flux net entre les òrbites d'electró i forat. És a dir, no és possible observar l'efecte AB òptic a no ser que electró i forat acumulen fases diferents.