

## TEMA 4: VALORACIÓN DE RENTAS

1. *Concepto y valor financiero de una renta*
2. *Clasificación de las rentas.*
3. *Valoración de Rentas discretas. Temporales.*
4. *Valoración de Rentas discretas . Perpetuas.*
5. *Ejercicios tema 4.*

### 1. Concepto y valor financiero de una renta.

**Concepto** Desde un punto de vista financiero se denomina renta a una distribución de capitales asociada a una partición del tiempo, de modo que a cada intervalo, denominado **período de maduración** de la renta le corresponde un capital llamado **término de renta**, disponible dentro del mismo intervalo.

$$\begin{aligned} & (C_1; \tau_1) \leftrightarrow ]t_0; t_1] \\ & (C_2; \tau_2) \leftrightarrow ]t_1; t_2] \\ & \dots\dots\dots \\ & (C_n; \tau_n) \leftrightarrow ]t_{n-1}; t_n] \end{aligned}$$

Un intervalo de Tiempo (T) se divide en subintervalos  $(t_{i-1}; t_i)$ , denominados periodos de maduración, en cada uno de estos subintervalos se genera un capital  $(C; \tau)$  denominado termino de renta, donde  $\tau$  esta dentro del periodo de maduración.

**Origen de la renta:** Es el extremo inferior del primer período de maduración  $t_0$ .

**Final de la renta:** Coincide con el extremo superior del último período de maduración  $t_n$ .

**Duración de la renta:** Tiempo que media entre el origen y el final ( $t_n - t_0$ ).

Ejemplos de rentas : Alquiler de un inmueble, pago de las anualidades de un préstamo, sueldo de un trabajador, etc.....

**Valor Capital o financiero de una renta:** Dada una determinada renta y fijada la ley financiera de valoración  $F(t,p)$ , llamamos valor capital o financiero de la renta en un momento del tiempo  $\alpha$  al capital cuya cuantía es la suma financiera de los términos de la renta en  $\alpha$ .

$$V_{\alpha} = \sum_{s=1}^N C_s f(\tau_s; \alpha)$$

Dada una determinada renta y una ley financiera de valoración, está renta se puede transformar en otra financieramente equivalente, siendo los valores capitales de las mismas iguales en cualquier momento del tiempo.

## **2. Clasificación de las rentas.**

*Según la naturaleza de las variables:*

Ciertas: cuando son conocidos los términos de la renta y la duración.

Aleatorias: Cuando alguna o algunas de sus variables depende de un suceso aleatorio.

*Según la cuantía de sus términos:*

Constante: Cuando la cuantía de los capitales es constante. Si la cuantía es 1 tenemos el caso especial de la renta unitaria.

Variable: Cuando las cuantías de los capitales son distintas. Pueden variar siguiendo alguna estructura conocida, así podemos obtener rentas que varían en progresión aritmética, geométrica, en forma polinómica, etc.

*Según la disponibilidad:*

Prepagable: Cuando el vencimiento del capital coincide con el extremo inferior del período de maduración.

Postpagable: Cuando el vencimiento del capital coincide con el extremo superior del período de maduración.

*Según la amplitud de los períodos de maduración:*

Discretas: Cuando los períodos de maduración son finitos.

Continuas: Cuando los períodos de maduración son infinitesimales, produciéndose un flujo continuo de capitales.

*Según la duración de la renta:*

Temporales: Duración finita.

Perpetuas: Duración infinita.

*Según la posición del punto de valoración:*

Inmediatas: Cuando el momento de valoración está situado dentro del intervalo de duración de la renta.

Diferidas: Cuando el momento de valoración de la renta es anterior al origen de la renta.

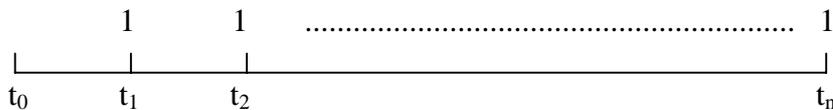
Anticipadas: Cuando el momento de valoración es posterior al final de la renta.

### 3. Valoración de Rentas discretas. Temporales.

- Renta Postpagable.

Para el caso de una renta unitaria, tendremos los siguientes capitales:

(1,t1) ; (1,t2) ; (1,t3) ;..... (1,tn-1) ; (1,tn) .



Para obtener el valor actual de esta renta unitaria constante y postpagable, deberemos de valorar cada uno de los capitales en el origen (t0) utilizando la ley de capitalización compuesta, así obtendremos S que sería la suma de los capitales valorados en el origen;

$$S = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + ..... + (1+i)^{-(n-1)} + (1+i)^{-n}$$

S es la suma de una progresión geométrica de razón  $(1+i)^{-1}$ , aplicando las propiedades de la progresión geométrica<sup>1</sup>, obtenemos:

$$S = \frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n} * (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}; \text{ considerando que } 1 - (1+i)^{-1} = i * (1+i)^{-1}$$

$$S = \frac{(1+i)^{-1} * [1 - (1+i)^{-n}]}{i * (1+i)^{-1}}; S = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

---

<sup>1</sup> Recordamos que la suma de una progresión geométrica de razón  $q < 1$  es igual a  $\frac{a_1 - a_n * q}{1 - q}$

El valor inicial se simboliza por:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

El valor final de la renta se obtiene mediante la suma de los términos de renta valorados en el momento n y se simboliza mediante  $s_{\overline{n}|i}$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Los capitales  $(a_{\overline{n}|i}; 0)$  y  $(s_{\overline{n}|i}, n)$  son equivalentes de tal forma que se tiene que cumplir necesariamente que  $s_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i} * (1 + i)^n$

Para una renta Constante de cuantía C, prepagable y duración n por aplicación de las propiedades de las funciones financieras obtendremos que el valor inicial  $V_0$  y el valor final  $V_f$  son los siguientes:

$$V_0 = C * a_{\overline{n}|i} ; V_f = C * s_{\overline{n}|i}$$

Renta constante pospagable y anticipada. La valoración se produce en un momento posterior al final de la renta (n). supongamos que el momento de valoración es (n+K), el valor final en (n+k) sería:

$$V_f = C * s_{\overline{n}|i} / s_{\overline{k}|i} = C * (1 + i)^k * s_{\overline{n}|i}$$

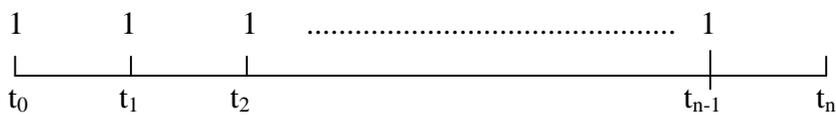
Renta constante diferida y pospagable. La valoración se produce en un momento anterior al inicio de la renta, suponemos que el inicio de la renta es el momento d, la valoración en el momento 0 sería:

$$V_o = C * a_{\overline{n}|i} / a_{\overline{d}|i} = C * (1 + i)^{-d} * a_{\overline{n}|i}$$

- **Renta Prepagable.**

Tendremos los siguientes capitales :

$(1,t_0) ; (1,t_1) ; (1,t_2) ; \dots\dots\dots (1,t_{n-2}) ; (1,t_{n-1})$ . Observemos que en el caso de la renta pospagable el primer capital era  $(1,t_1)$  y el último capital  $(1,t_n)$  ; en el caso de renta prepagable el primer capital es  $(1,t_0)$  y el último capital  $(1,t_{n-1})$  , aplicando los mismos criterios que en el punto anterior para el caso de una renta unitaria obtendremos:



$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} * (1+i) \qquad \ddot{s}_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} * (1+i)$$

$$V_0 = C * \ddot{a}_{\overline{n}|i} ; V_f = C * \ddot{s}_{\overline{n}|i}$$

Renta constante prepagable y anticipada. La valoración se produce en un momento posterior al final de la renta (n). supongamos que el momento de valoración es (n+K), el valor final en (n+k) sería:

$$V_f = C * s_{\overline{k}|i} / \ddot{s}_{\overline{n}|i} = C * (1+i)^k * \ddot{s}_{\overline{n}|i}$$

Renta constante diferida y prepagable. La valoración se produce en un momento anterior al inicio de la renta, suponemos que el inicio de la renta es el momento d, la valoración en el momento 0 sería :

$$V_o = C * a_{\overline{d}|i} / \ddot{a}_{\overline{n}|i} = C * (1+i)^{-d} * \ddot{a}_{\overline{n}|i}$$

#### 4. Valoración de Rentas discretas . Perpetuas.

Una renta perpetua se caracteriza por ser indefinida en el tiempo (duración infinita), evidentemente no podemos hablar de un valor final ya que no esta definido el final de la renta, por tanto estudiaremos el valor actual de esta renta.

Para el caso de una renta unitaria pospagable obtendremos:

$$a_{\infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{1}{i} \quad a_{\infty|i} = \frac{1}{i}$$

Valor inicial de una renta Constante, perpetua, pospagable.

$$V_0 = C * a_{\infty|i} = \frac{C}{i}$$

Renta perpetua diferida y pospagable. La valoración se produce en un momento anterior al inicio de la renta, suponemos que el inicio de la renta es el momento d, la valoración

$$V_o = C * a_{\infty|i} / (1+i)^d = C * (1+i)^{-d} * a_{\infty|i} = C * (1+i)^{-d} * \frac{1}{i}$$

en el momento 0 sería :

Para el caso de una renta unitaria prepagable obtendremos.

$$\ddot{a}_{\infty|i} = \frac{1}{i} * (1 + i)$$

Valor inicial de una renta Constante, perpetua, prepagable.

$$V_0 = C * \ddot{a}_{\infty|i} = \frac{C}{i} * (1 + i)$$

Renta perpetua diferida y prepagable. La valoración se produce en un momento anterior al inicio de la renta, suponemos que el inicio de la renta es el momento  $d$ , la valoración en el momento 0 sería:

$$V_0 = C * \ddot{a}_{\infty|i} / (1 + i)^d = C * (1 + i)^{-d} * \ddot{a}_{\infty|i} = C * (1 + i)^{-d} * \frac{(1 + i)}{i}$$

## 5. Ejercicios Tema 4.

1. Una persona tiene derecho a percibir una renta de 600 €mes postpagables durante 10 años, y desea cambiarla por otra prepagable, trimestral, de la misma duración pero diferida dos años. Si el tanto efectivo de valoración es del 12%, ¿cuál es la cuantía trimestral?.
2. Una persona tiene derecho a una renta postpagable de 1.200 €al trimestre durante 5 años, y desea cambiarla por otra prepagable, bimestral de duración 5 años, si  $i=0,11$ , ¿Cuál es la cuantía de los términos de la renta bimestral?
3. \* ¿Qué se prefiere, una renta constante trimestral de 1.500 €prepagables, primer término dentro de 2 años y medio y duración 8 años, o una renta bienal de 12.020 € postpagable, pagándose el primer término dentro de medio año y duración 10 años. Si el rédito semestral es del 5%.
4. Una persona tiene derecho a percibir una renta de 6.000 €semestral, postpagable durante 10 años y desea sustituirlo por un solo capital a percibir dentro de 5 años, si el tanto nominal es del 9%.
5. Un señor tiene una finca rústica y desea venderla, tiene 2 opciones, y el tanto efectivo de valoración es del 9%:
  - a) 6.000 €al contado, 6.000 €dentro de un año y a partir de entonces 10 pagos semestrales y postpagables de 1.800 €
  - b) Sesenta pagos mensuales de 480 € abonando el primero a la firma del contrato
6. Un inmueble produce unos alquileres de 12.000 €pagaderos al principio de cada mes, sabiendo que se ha de abonar 1.500 €al final de cada trimestre en concepto de gastos de mantenimiento y 2.400 €al final de cada semestre por contribuciones, determinar el valor actual si se utiliza como tanto de valoración el 5%.

7. El banco X oferta planes de ahorro para sus clientes. Una persona desea formar un capital de 60.000 € en 5 años, con aportaciones constantes al principio de cada mes. Si la entidad valora con un tanto efectivo del 10%
- Cuánta a ingresar cada mes.
  - Si transcurridos tres años el tipo de interés desciende al 9% ¿qué cuantía habrá que aportar mensualmente para obtener el montante prefijado?.
8. \* Una empresa tiene la posibilidad de realizar una inversión de las siguientes características:
- Desembolso inicial 60.000 €
- Duración 10 años, transcurridos los cuales el valor residual es de 10.200 €
- Gastos mensuales postpagables de 750 € durante los 5 primeros años y de 1.050 € durante los restantes.
- Ingresos semestrales de 11.000 € percibiéndose el primero al final del segundo año desde el desembolso inicial.
- Si el tanto efectivo de valoración es del 8%, determinar la conveniencia o no de llevarlo a cabo.
9. Se ha adquirido un piso en las siguientes condiciones: 6.000 € a la firma del contrato. 2.400 € trimestrales durante tres años, realizando el primer pago tres meses después de firmado el contrato. 3.600 € año y medio después de firmado el contrato (a la entrega de las llaves) y 180 € mes durante 5 años, pagando el primer término un mes después de satisfacer el último pago trimestral.
- Se pide determinar el precio de contado del piso ( $i=12\%$ ).
10. \* Una persona desea instituir un premio cultural de periodicidad anual y cuantía 6.000 € Determinar el capital que ha de imponer en un a entidad financiera para que se pueda pagar siempre en el futuro dicho premio si el tanto de valoración es del 5%.

11. Una persona desea constituir un capital de 60.000 € en 6 años, mediante imposiciones constantes mensuales y prepagables de cuantía "C" durante los tres primeros años y de cuantía "2C" durante los tres últimos. Si la operación se valora con rédito semestral del 6%. Cuantía a imponer mensualmente y capital constituido a los tres años y medio del origen.

*Nota: Los ejercicios marcados con un asterisco se proponen para ser resueltos por los alumnos*

