

TEMA 1: EL FENÓMENO FINANCIERO

1. *Capital financiero.*
2. *Valoración de capitales. Leyes financieras.*
3. *Magnitudes derivadas.*
4. *Leyes de capitalización y descuento más utilizadas por el mercado.*
5. *Ejercicios tema 1.*

1. Concepto de capital financiero

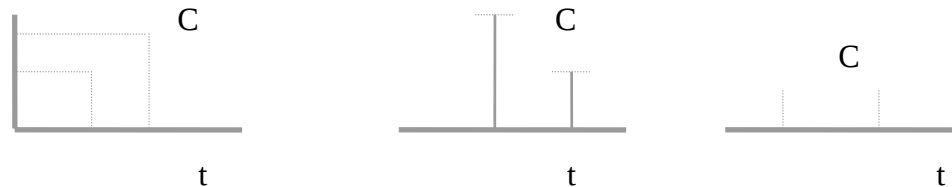
Cuando se habla de capitales, en la mayoría de los casos se está pensando en una cantidad de dinero, que puede ser en metálico o como valoración de una serie de bienes materiales o inmateriales, sin detenerse a pensar que ese “capital” toma ese valor en el momento de tiempo en el que estamos hablando, y que dicho valor puede variar cuando cambiemos la situación temporal.

Los decisores económicos racionales se basan en la denominada “Ley de subestimación de las necesidades futuras” y toman el tiempo como un bien económico negativo. Es pues imprescindible asociar la cuantía al momento de disponibilidad de ésta, y por lo tanto, cuando hablamos de “capitales financieros” nos referimos a estos dos conceptos a la vez.

Capital financiero $\Rightarrow$ La medida de un bien económico referida al momento de su disponibilidad (Profesor Gil Peláez).
 $\Rightarrow$ La medida de cualquier activo real o financiero, expresada por su cuantía y por su vencimiento o momento de disponibilidad

Fenómeno financiero $\Rightarrow$ Todo intercambio de bienes económicos en el que interviene el tiempo, no simultaneidad de los intercambios.

Representación gráfica: Podemos representar los capitales financieros, dado que son un par de números $(C;t)$ en el sistema de coordenadas cartesianas, el tiempo en el eje de la X y las cuantías en el eje de la Y . También podemos representar los capitales financieros de forma simplificada en un sólo eje, tal y como se observa a continuación:



Se denomina Espacio Financiero “E” al conjunto de todos los posibles capitales financieros:

$$E = \{ (C;t) \text{ con } C \text{ y } t \in \mathbb{R} \} \text{ desde una perspectiva subjetiva}$$

$$E = \{ (C;t) \text{ con } C \in \mathbb{R}^+ \text{ y } t \in \mathbb{R} \} \text{ desde una perspectiva objetiva}$$

2. Valoración de capitales. Leyes financieras

2.1 Valoración de Capitales

Cuando los decisores económicos necesitan comparar capitales financieros, ya sea para elegir la opción mejor, o para realizar intercambios de capitales, se hace necesario establecer criterios objetivos de comparación para poder efectuar dichos intercambios o elecciones

Existen casos en los que la comparación se realiza de forma directa.

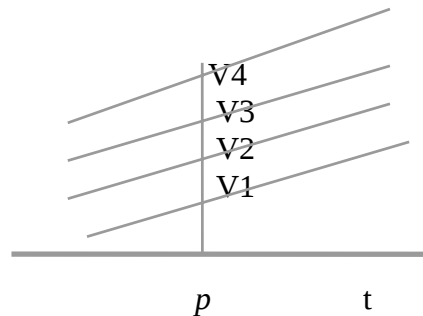
$$(C_1 = C_2) \text{ y } t_1 < t_2 \Rightarrow (C_1;t_1) \succ (C_2;t_2)$$

$$(C_1 > C_2) \text{ y } t_1 = t_2 \Rightarrow (C_1;t_1) \succ (C_2;t_2)$$

Pero hay situaciones como cuando $(C_1 > C_2)$ y $(t_1 > t_2)$ en los que la comparación no se puede realizar de forma directa y deberemos acudir a una

comparación indirecta, refiriendo ambos capitales a un mismo momento del tiempo p (Valoración en un punto p de referencia).

Para ello definimos capitales equivalentes o intercambiables, que nos permitan establecer un “Orden de preferencias” en el momento p :



Curvas de indiferencia.

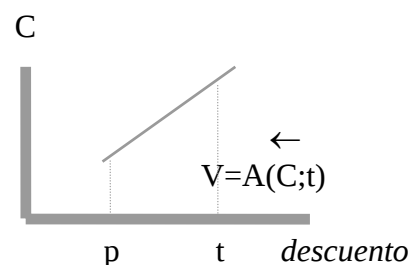
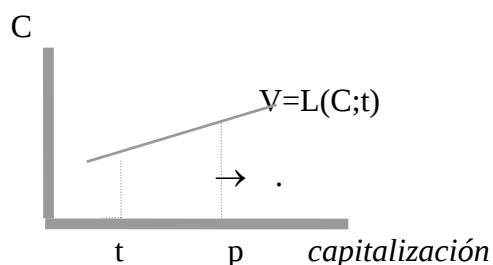
$V4 > V3 > V2 > V1$ Orden de preferencias.

2.2 Leyes Financieras

La ley financiera es la expresión matemática del criterio de sustitución del decisor financiero. A través de ella, los decisores económicos serán capaces de establecer el orden de preferencias y tomar decisiones en cuanto a qué capitales son intercambiables o preferibles entre sí.

$$V = F(C; t; p) ; \text{ de tal forma que } (V; p) \approx (C; t)$$

Cuando $p > t$ ley financiera de capitalización $V = L(C; t; p)$. Si $p < t$ ley financiera de descuento $V = A(C; t; p)$



Las leyes financieras han de cumplir una serie de propiedades (criterios económicos lógicos), el no cumplimiento de alguna de ellas implica que la expresión matemática ya no es ley financiera.

Propiedades:

$\Rightarrow$ Ha de ser positiva $V = F(C; t, p) > 0$ para $C \in \mathbb{R}^+$ (perspectiva objetiva), y deben tomar los siguientes valores $L(C, t, p) \geq C$; $0 \leq A(C, t, p) \leq C$

$\Rightarrow$ Ha de ser Homogénea de grado uno respecto a C (proporcionalidad entre V y C);

$$F(KC, t, p) = K F(C, t, p) = K V$$

si $K = 1/C$ $F(1; t, p) \rightarrow F(t, p)$ se denomina ley financiera unitaria
 $V = C F(t, p)$

$\Rightarrow$ Ha de cumplir la propiedad Reflexiva $F(C; p, p) = F(C, t, t) = C$;

$$F(p; p) = F(t, t) = 1$$

$\Rightarrow$ Ha de cumplir el Principio de subestimación de los capitales futuros respecto a los actuales de igual cuantía.

Si la valoración se produce en un punto de referencia más lejano en el tiempo la misma se ha de incrementar $\frac{\delta F(t, p)}{\delta p} > 0$; creciente con respecto a p .

Si la valoración se produce desde un punto mas cercano a p el incremento en la valoración es inferior $\frac{\delta F(t, p)}{\delta t} < 0$; decreciente con respecto a t .

.

$\Rightarrow$ Debe ser Continua respecto a p y t ; debemos de ser capaces de encontrar para todo C y dados t y p el valor $V = F(C, t, p)$.

2.3 Suma Financiera.

Al operar con capitales financieros, podemos estar interesados en:

- ⇒ Sustituir Varios capitales financieros por uno solo equivalente a todos ellos.
- ⇒ Un capital financiero también puede ser objeto de descomposición en varios capitales financieros cuya suma es equivalente al capital inicial.

Dados los siguientes capitales financieros $(C_1; t_1); (C_2; t_2); \dots; (C_n; t_n)$ y una ley financiera $F(t; p)$ el capital $(S; \tau)$ es su suma financiera cuando se verifica que:

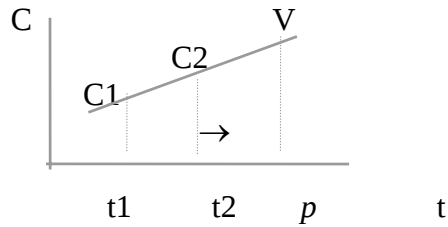
$$S = C'_1 + C'_2 + C'_3 + \dots + C'_n \quad \text{siendo} \quad (C_i; t_i) \approx (C'_i; \tau) \\ \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$

3. Magnitudes Derivadas.

3.1 Concepto: Las magnitudes fundamentales de un capital financiero son la cuantía y el vencimiento, llamaremos magnitudes derivadas a aquellas resultantes de operar con las magnitudes fundamentales.

3.2 Factor financiero: La ley financiera sirve para obtener el equivalente en p del capital $(C; t)$; si queremos obtener el equivalente en cualquier otro momento del tiempo distinto de p utilizaremos el factor financiero. Siempre va asociado al intervalo temporal $(t_1; t_2)$ en el que se aplica. Es el número por el que hay que multiplicar la cuantía que vence en un extremo del intervalo para obtener la cuantía equivalente que vence en el otro extremo.

- Ley de capitalización



→ Factor de capitalización:

$$C_1 \cdot L(t_1; p) = C_2 \cdot L(t_2; p) = V; \quad C_2 = C_1 \cdot \frac{L(t_1; p)}{L(t_2; p)};$$

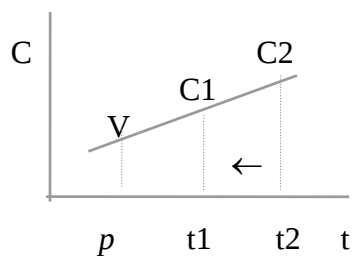
$$\frac{L(t_1; p)}{L(t_2; p)} = \frac{C_2}{C_1} = u(t_1; t_2; p)$$

El factor de capitalización (> 1)

→ Factor de contracapitalización:

$$\frac{L(t_2; p)}{L(t_1; p)} = \frac{C_1}{C_2} = u^*(t_1; t_2; p) \quad (< 1)$$

- Ley de descuento



→ Factor de descuento:

$$\frac{A(t_2; p)}{A(t_1; p)} = \frac{C_1}{C_2} = v(t_1; t_2; p) \quad (< 1)$$

→ Factor de contradescuento:

$$\frac{A(t_1; p)}{A(t_2; p)} = \frac{C_2}{C_1} = v^*(t_1; t_2; p) \quad (>1)$$

3.3 Rédito. Es el complemento a la unidad, en valor absoluto, del factor y mide el incremento o disminución que experimenta un capital unitario al diferir o adelantar su disponibilidad.

→ Rédito de capitalización:

$$i(t_1; t_2) = u(t_1; t_2) - 1; \quad i(t_1; t_2) = \frac{L(t_1; p)}{L(t_2; p)} - 1 = \frac{L(t_1; p) - L(t_2; p)}{L(t_2; p)}; \quad i(t_1; t_2) = \frac{C_2}{C_1} - 1 = \frac{C_2 - C_1}{C_1}$$

→ Rédito de Contracapitalización:

$$i^*(t_1; t_2) = 1 - u^*(t_1; t_2); \quad i^*(t_1; t_2) = 1 - \frac{L(t_2; p)}{L(t_1; p)} = \frac{L(t_1; p) - L(t_2; p)}{L(t_1; p)}; \quad i^*(t_1; t_2) = 1 - \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_2 - C_1}{C_2}$$

→ Rédito de descuento:

$$d(t_1; t_2) = 1 - v(t_1; t_2); \quad d(t_1; t_2) = 1 - \frac{A(t_2; p)}{A(t_1; p)} = \frac{A(t_1; p) - A(t_2; p)}{A(t_1; p)}; \quad d(t_1; t_2) = 1 - \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_2 - C_1}{C_2}$$

→ Rédito de contradescuento:

$$d^*(t_1; t_2) = v^*(t_1; t_2) - 1; \quad d^*(t_1; t_2) = \frac{A(t_1; p)}{A(t_2; p)} - 1 = \frac{A(t_1; p) - A(t_2; p)}{A(t_2; p)}; \quad d^*(t_1; t_2) = \frac{C_2}{C_1} - 1 = \frac{C_2 - C_1}{C_1}$$

3.4 Tanto: Es el resultado de dividir el rédito por la amplitud del intervalo, es el rédito por unidad de tiempo; posee dimensión (-1) con respecto al tiempo

→ Tanto de capitalización:

$$\rho(t_1; t_2) = \frac{i(t_1; t_2)}{t_2 - t_1};$$

→ Tanto de Contracapitalización:

$$\rho^*(t_1; t_2) = \frac{i^*(t_1; t_2)}{t_2 - t_1},$$

→ Tanto de descuento:

$$\delta(t_1; t_2) = \frac{d(t_1; t_2)}{t_2 - t_1},$$

→ Tanto de contradesconto:

$$\delta^*(t_1; t_2) = \frac{d^*(t_1; t_2)}{t_2 - t_1},$$

4. Leyes de capitalización y descuento más utilizadas por el mercado.

4.1 Ley de capitalización simple . $L(t; p) = 1 + i(p - t) / p \geq t; i > 0.$

Factor de capitalización

$$u(t_1; t_2; p) = \frac{1 + i(p - t_1)}{1 + i(p - t_2)} \quad \text{si } p = t_2 \quad u(t_1; t_2; p) = 1 + i(t_2 - t_1)$$

Factor de contracapitalización

$$u^*(t_1; t_2; p) = \frac{1 + i(p - t_2)}{1 + i(p - t_1)}$$

El rédito

$$i(t_1; t_2) = u(t_1; t_2) - 1 = \frac{i(t_2 - t_1)}{1 + i(p - t_2)} \quad \text{si } p = t_2 \quad i(t_1; t_2) = i(t_2 - t_1)$$

El tanto

$$\rho(t_1; t_2) = \frac{i(t_1; t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{i}{1 + i(p - t_2)} \quad \text{si } p = t_2 \quad \rho(t_1; t_2) = i$$

Tantos equivalentes en capitalización simple:

Los tantos son magnitudes derivadas de dimensión (-1) con respecto al tiempo , si se modifica la unidad de medida del tiempo, se ha de modificar en sentido inverso al parámetro i

$$L(t; p) = L(m.t; m.p) \quad ; \quad 1 + i(p - t) = 1 + i_m(m.p - m.t); \quad 1 + i(p - t) = 1 + i_m.m(p - t); \quad i_m = \frac{i}{m}$$

4.2 Ley de Capitalización compuesta . $L(t; p) = (1 + i)^{p-t}$ $i > 0$ y $t \leq p$

Magnitudes derivadas:

Factor de capitalización

$$u(t_1; t_2) = \frac{(1+i)^{p-t_1}}{(1+i)^{p-t_2}} = (1+i)^{t_2-t_1}, \text{ (no depende de p)}$$

Rédito de Capitalización

$$i(t_1; t_2) = (1+i)^{t_2-t_1} - 1 \quad \text{si } t_2 - t_1 = 1; \quad i(t_1; t_2) = i$$

Tanto de capitalización

$$\rho(t_1; t_2) = \frac{(1+i)^{t_2-t_1} - 1}{t_2 - t_1} \quad \text{si } t_2 - t_1 = 1; \quad \rho(t_1; t_2) = i$$

Tantos equivalentes en capitalización compuesta:

$$(1 + i_k)^k = (1 + i_m)^m \text{ si } K = 1; \quad (1 + i) = (1 + i_m)^m \quad i \rightarrow \text{tanto efectivo anual}; \quad \text{si } j_m = m.i_m$$

$$j_m \rightarrow \text{Tanto nominal de frecuencia } m; \quad i_m = \frac{j_m}{m}; \quad (1 + i) = \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^m = (1 + i_m)^m$$

4.3 Descuento Comercial . $A(t; p) = 1 - d(t - p)$ $d > 0$ y $t \geq p$;

$$A(t; p) > 0 \quad d(t - p) < 1 \text{ por tanto } (t - p) < 1/d :$$

Factor de descuento

$$v(t_1; t_2) = \frac{1 - d(t_2 - p)}{1 - d(t_1 - p)} \quad \text{si } p = t_1 \quad v(t_1; t_2) = 1 - d(t_2 - t_1)$$

Rédito de descuento

$$d(t_1; t_2) = 1 - v(t_1; t_2) = \frac{d(t_2 - t_1)}{1 - d(t_1 - p)} \quad \text{si } p = t_1 \quad d(t_1; t_2) = d(t_2 - t_1)$$

Tanto de descuento

$$\delta(t_1; t_2) = \frac{d(t_1; t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{d}{1 - d(t_1 - p)} \quad \text{si } p = t_1 \quad \delta(t_1; t_2) = d$$

Tantos equivalentes en descuento:

$$d = d_m \cdot m \quad d_m = \frac{d}{m}$$

5. Ejercicios tema 1.

1. Establecer el orden de preferencia de los siguientes capitales: $(100.000;0)$, $(125.000;2,5)$, $(150.000;5)$, en base a las leyes de capitalización simple y compuesta de parámetro 0,1 y punto de aplicación en $t=5$.
2. * Establecer el orden de preferencia de los siguientes capitales: $(1.000.000;t)$, $(1.240.000;t+2)$, $(1.500.000;t+4)$ en base a la ley $L(t;p) = 1+0.12(p-t) / p = t+5$.
3. Sumar $(c;t)$, $(3c;t+1)$, $(2c;t+4)$ en $t+2$ en base a la ley $A(t;p) = e^{-0,15(t-p)}$.
4. Sean los siguientes capitales: $(120.000;1.998)$, $(135.000; 1.999)$, $(200.000; 2.000)$. Calcular la suma financiera en 1.999 dada la ley $L(t;p) = (1+i)^{p-t} / p = 2002$, $i = 0,05$.
5. Obtener las magnitudes derivadas asociadas al intervalo $t_1 = 2$ $t_2 = 8$ con las leyes:
 - a) $L(t;p) = 1+0.08(p-t) / p=10$
 - b) $A(t;p) = (1-0.10)^{t-p} / p=1$
 - c) * $A(t;p) = 1/[1+0.09(t-p)] / p=1$
 - d) * $A(t;p) = 1-0.1(t-p) / p=1$
 - e) * $L(t;p) = e^{0,06(p-t)} / p=10$
6. Dado un capital de 1.000.000 de €, disponibles el 31 de enero, obtener la cuantía equivalente el 31 de marzo, sabiendo que se valora en capitalización simple a un tanto del 12% anual, si el momento de valoración (p) para el cálculo de intereses es:
 - a) 31 de marzo.
 - b) 30 de junio.
 - c) 31 de diciembre.
 - d) Resolver el apartado "c" usando la ley de capitalización compuesta

7. * Dada la ley de capitalización simple de parámetro 0,05 y punto de aplicación 2.000, calcular los factores, réditos y tantos para el intervalo (1.995;1.998).
8. Obtener los tantos y réditos equivalentes al 9% anual para periodos semestrales trimestrales y mensuales, en el caso de usar:
 - a) Capitalización simple.
 - b) Capitalización compuesta.
9. *Un capital de tres millones de € se coloca en capitalización compuesta a plazo de 5 años. Durante los tres primeros se abonan intereses al 4% semestral y durante los dos últimos se abonan trimestralmente a un tanto nominal del 10% anual. Obtener:
 - a) El montante al finalizar los cinco años.
 - b) Los tantos efectivos anuales.

Nota: Los ejercicios marcados con un asterisco se proponen para ser resueltos por los alumnos.