

Exámen de Estadística para ITIS (IS12)
10 de Septiembre de 2010

Cuestión 1.

Dadas las variables X, Y , la covarianza $Cov(aX + b, cY + d)$ en términos de a, b, c, d números reales se puede expresar como:

- (a) $Cov(aX, cY)$
- (b) $a^2c^2Cov(X, Y)$
- (c) $acCov(X, Y)$
- (d) $aCov(X, Y) + cCov(X, Y)$

Cuestión 2.

Si X, Y no son incorreladas, qué condiciones deben cumplir las constantes a, b, c, d para que las variables $aX + b$ y $cY + d$ lo sean:

- (a) $Cov(X, Y) = 0$
- (b) $Cov(aX, cY) = 0$
- (c) a o c sean cero
- (d) a y c sean cero

Cuestión 3.

Si B y C son dos sucesos independientes con $P(B) > 0$ y $P(C) < 1$, se cumple que:

- (a) $P(A|B) = P(A|B \cap C)P(C) + P(A|B \cap C^c)P(C^c)$
- (b) $P(A|B) = P(A|B \cup C)P(C) + P(A|B \cap C^c)P(C^c)$
- (c) $P(A|B) = P(A|B \cup C)P(C) + P(A|B \cup C^c)P(C^c)$
- (d) $P(A|B) = P(A|B \cap C)P(C) + P(A|B^c \cap C^c)P(C^c)$

Cuestión 4.

Sea B tal que $0 < P(B) < 1$. Probar que para que los sucesos A y B sean independientes se debe cumplir:

- (a) $P(A|B) \leq P(A^c)$ y $P(A|B^c) \leq P(A)$
- (b) $P(A|B) \leq P(A)$ y $P(A|B) \leq P(B)$
- (c) $P(A|B) \leq P(A)$ y $P(A|B^c) \leq P(B^c)$
- (d) $P(A|B) \leq P(A)$ y $P(A|B^c) \leq P(A)$

Cuestión 5.

Sea X_1, X_2, X_3 una muestra aleatoria simple de una población con media μ y varianza σ^2 finitas. Consideramos $T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$, $T_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$, $S = \frac{T_1 + T_2}{2}$. La esperanza y varianza de S valen:

- (a) $E[S] = \mu$ y $Var[S] = \sigma^2/8$

- (b) $E[S] = \mu$ y $Var[S] = \sigma^2/4$
- (c) $E[S] = 2\mu$ y $Var[S] = \sigma^2$
- (d) $E[S] = 4\mu$ y $Var[S] = \sigma^2/4$

Cuestión 6.

Sea X una población normal con media μ y varianza $\sigma^2 = 16$. Extraída una muestra aleatoria de tamaño $n = 12$, cuál es la probabilidad de que \bar{X} sea mayor que $\mu + 2$?

- (a) 0.041815
- (b) 0.061231
- (c) 0.481541
- (d) 0.500000

Cuestión 7.

Se tienen dos urnas, la A contiene 5 bolas rojas y 3 blancas, y la B contiene 1 bola roja y 2 blancas. Se lanza un dado equilibrado; si se obtiene un 3 o un 6, se extrae al azar una bola de B que se introduce en A , y luego se extrae al azar una bola de A . Si se obtiene cualquier otra puntuación en el dado, se extrae al azar una bola de A que se introduce en B , y luego se extrae de B una bola al azar. La probabilidad de que al final del juego en la urna B sólo queden dos bolas blancas es:

- (a) 0.22221
- (b) 0.01111
- (c) 0.12121
- (d) 0.11111

Cuestión 8.

En el contexto del enunciado anterior, la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas es:

- (a) 0.2024
- (b) 0.2224
- (c) 0.3124
- (d) 0.2824

Cuestión 9.

Se realiza un control de calidad en una fábrica de calculadoras. Las calculadoras están embaladas en cajas de 10 unidades para su reparto a distintos almacenes. De estas cajas, en 10 de ellas hay 2 calculadoras que no funcionan (cajas de tipo 1, C_1), 10 en las que no funciona 1 (cajas de tipo 2, C_2) y 5 en las que funcionan todas (cajas de tipo 3, C_3). Se elige al azar una de las 25 cajas y se extraen 2 calculadoras. Si la caja escogida fuera del tipo 1

(C_1) , la probabilidad de que alguna de las calculadoras extraídas funcione es:

- (a) 0.6773
- (b) 0.8778
- (c) 0.7878
- (d) 0.9778

Cuestión 10.

En el contexto del enunciado anterior, la probabilidad de que la caja escogida sea del tipo 1 (C_1) y que las calculadoras extraídas funcionen es:

- (a) 0.2489
- (b) 0.4489
- (c) 0.3489
- (d) 0.5489

Cuestión 11.

En el contexto del enunciado anterior, si funcionan las 2, la empresa supera el control de calidad. La probabilidad de que pase el control de calidad es:

- (a) 0.5689
- (b) 0.7689
- (c) 0.8689
- (d) 0.6689

Cuestión 12.

Sea la variable bidimensional (X, Y) con tabla de frecuencias conjunta

X/Y	1	5	20
4	n_{11}	4	n_{13}
5	7	n_{22}	n_{23}
9	n_{31}	n_{32}	n_{33}
	18	29	3

Se conocen los datos: $\bar{y}|_{x=9} = 6$, $\bar{x}|_{y=20} = 19/3$, $f_{23} = 0.04$ y la frecuencia relativa marginal de $X = 5$ es 0.4. El coeficiente de asimetría de la variable Y es:

- (a) -0.1239
- (b) 0.1329
- (c) -0.0561
- (d) Ninguna es correcta

Cuestión 13.

En el contexto del enunciado anterior, completar la tercera fila de la tabla anterior.

- (a) $n_{31} = 0, n_{32} = 14, n_{33} = 1$
- (b) $n_{31} = 2, n_{32} = 12, n_{33} = 1$
- (c) $n_{31} = 0, n_{32} = 12, n_{33} = 3$
- (d) $n_{31} = 1, n_{32} = 14, n_{33} = 0$

Cuestión 14.

En el contexto del enunciado anterior, el coeficiente de correlación lineal entre ambas variables es:

- (a) 0.8123
- (b) 0.0809
- (c) 0.5821
- (d) Ninguna es correcta

Cuestión 15.

La duración X en minutos de las conexiones a un servidor web sigue una distribución Normal de la que se sabe que $P[X < 9] = 0.879$, $P[X < 2.32] = 0.015$. Los parámetros de la variable aleatoria X son:

- (a) $\sigma = 2.2, \mu = 6.66$
- (b) $\sigma = 2.0, \mu = 6.66$
- (c) $\sigma = 1.80, \mu = 4.66$
- (d) $\sigma = 2.1, \mu = 5.66$