Atenció: Contesta en el full de respostes les solucions finals, pero entrega tots els fulls de càlculs. Raona sempre les respostes

---

- (1, 25 %) Un pàrking privat estudia el preu per minut que ha de ficar en consideració de la nova llei, on s'ha de facturar per minut, i no per hora, d'estada a l'aparcament. Com que el sistema de pagament ja estava informatitzat, es disposen de 10550 dades sobre els estacionaments dels clients, que s'han processat i donen la següent taula d'estadístics.

	$\overline{x}$	$x_{\text{mín}}$	$x_{0.25}$	$\widetilde{x}$	$x_{0.75}$	$x_{\text{màx}}$	s	s_{XY}
Temps (m)	73.78	1.05	53.87	73.65	93.53	200.50	28.99	28.36
Preu (€)	4.124	2.660	2.660	4.660	4.660	8.660	1.1268	

Contesta les següents preguntes amb justificació de raonaments i estadístics usat per a cada resposta:

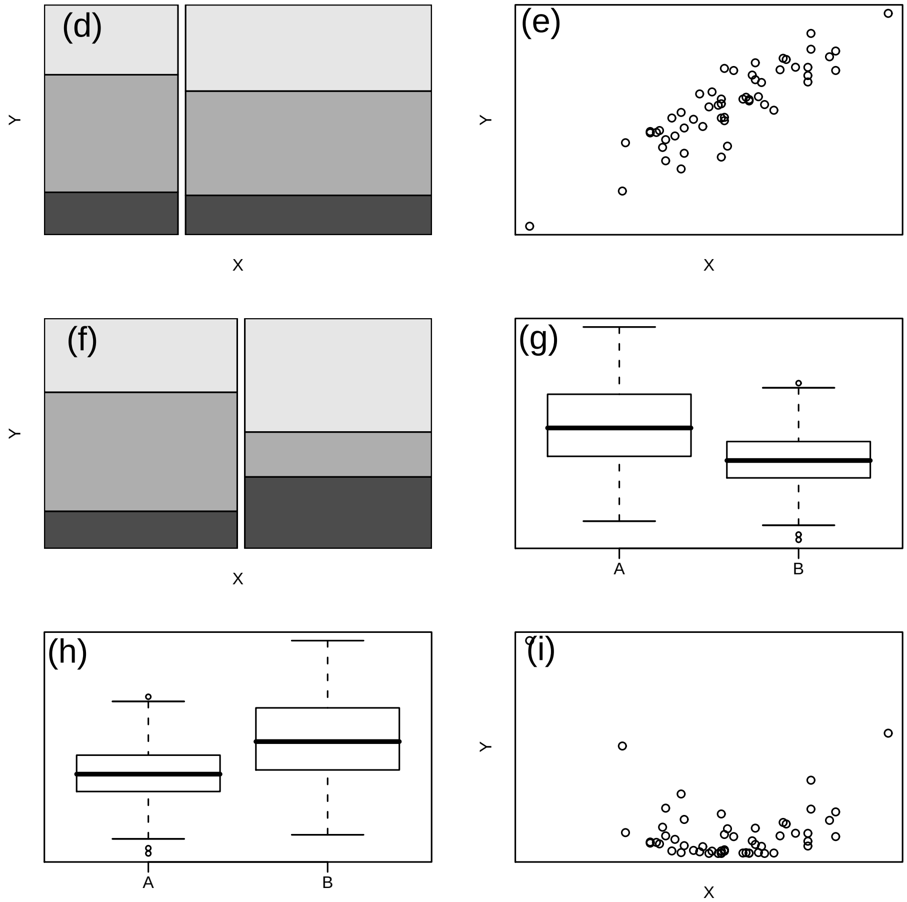
  - (1.1, 5 %) Quant s'ha facturat en tot el periode d'arreplegament de dades?
  - (1.2, 5 %) On hi ha més variabilitat, comparativament, en els temps d'estada o en els preus?
  - (1.3, 5 %) "Pocs cotxes passen més d'una hora i mitja al pàrking". Concreta eixa frase.
  - (1.4, 5 %) Completa la frase: "L'estàda més curta d'un cotxe en aquest pàrking va estar de ... minuts"
  - (1.5, 5 %) Si desconeixem les tarifes del pàrking, troba la millor aproximació de tarifa de la forma `PREU = PREU0 + PREUMINUT * TEMPS` (on `PREU0` i `PREUMINUT` són números concrets) a partir de la taula mostrada, usant alguna tècnica estadística reconeguda. Averigua el preu de la primera hora d'estada i justifica **adequadament** la confiabilitat de teu averiguament.

- (2, 10 %) Cada frase reflexa la situació d'un sol gràfic dels que hi ha a continuació. Emparella cada lletra de frase amb la lletra de gràfic corresponent, acompanyant amb un petit raonament que explique la teua decisió (**no puntúa sense el raonament correcte**).

  (a) Les dades de la mostra A són més disperses que les de la mostra B

  (b) La relació lineal entre les variables quantitatives X i Y és molt forta

  (c) Les variables qualitatives X i Y són molt dependents



- (3, 15 %) S'estudia un sistema de reconeixement de matrícules de vehículs, per tal de trobar la fiabilitat d'usar-lo com a mitjà de detecció d'infractors per excés de velocitat. Com que el problema és complexe, anem a simplificar el reconeixement de la matrícula:

  - Si hi ha un "1" a la matrícula, el sistema ho reconeix com a un "1" el 95 % de les ocasions, com a un "7" el 4 % de les ocasions, i com a un altre valor la resta d'ocasions.
  - Si hi ha un "7" a la matrícula, el sistema ho reconeix com a un "7" el 90 % de les ocasions, com a un "1" el 5 % de les ocasions, i com a un altre valor la resta d'ocasions.
  - Si hi ha qualsevol altre valor (ni "1" ni "7") a la matrícula, el sistema ho reconeix com a un "1" el 5 % de les ocasions, com a un "7" el 3 % de les ocasions, i com a un altre valor la resta d'ocasions.

  Suposa, a més, que totes les matrícules estan circulant, i que, aleshores, la probabilitat de trobar-se amb cada xifra, del 0 al 9, en la matrícula, és $1/10$.

  Si s'acaba de detectar una matrícula, i segons el reconeixement, té com a primera xifra un "7", quina és la **probabilitat de que siga realment un "7"**?

- (4, 15 %) El temps de processat de cada línia de codi d'un programa és independent de les altres línies i es pot modelitzar segons la llei normal de mitjana 3.5ms i desviació típica 0.1ms.
    - (4.1, 10 %) Calcula la probabilitat de que una línea de codi tarde més de 3.65ms en processar-se.
    - (4.2, 5 %) Per a un programa amb 1500 línies de codi, hi haurà una probabilitat del 95 % de que es processe en menys de ... segons (**completa l'espai en blanc**).

- (5, 15 %) Un cable de fibra òptica presenta una mitjana de 1.25 defectes per km. Calcula:
    - (5.1, 10 %) La probabilitat de trobar algun defecte en un segment de 2km.
    - (5.2, 5 %) La longitud de cable que deuria comprar si es vol estar "quasi segur" de no trobar cap defecte en ell (traduirem "quasi segur" per tindre una probabilitat del 99 % o més).

- (6, 15 %) Els rails que es compren tenen una llargària que sembla seguir una distribució uniforme entre 14.983m i 15.013m., i un pes que sembla seguir una distribució uniforme entre 855.3kg i 889.7kg. Si acceptem eixes distribucions:
    - (6.1, 10 %) Amb quina probabilitat, un rail excedirà els 15.005m?
    - (6.2, 5 %) Un camió pot suportar un pes màxim de 50000 kg, pero el seu conductor sap que té 800kg més de marge. Calcula la probabilitat de que puga cargar amb 58 rails tenint en compte el marge de pes que té.

- (7, 5 %) Un sistema informàtic per a detectar el frau fiscal a partir de moviments de capital arriba a la conclusió de que 20 persones concretes són sospitoses de frau fiscal. Un auditor ha de demanar-los entrevista per a revisar els moviments i comprovar si ha existit frau, però només té temps per a auditar a 3 persones.

  Si la realitat és que 5 persones d'eixe grup de 20 són realment les que han estafat l'hisenda pública, quina és la probabilitat de que es descobresca algun d'ells en les 3 auditories que es portaran a terme?

Entrega tots els fulls de càlculs i raonaments amb aquest full de solucions. Contesta ací només els resultats finals (respostes numériques i/o raonaments).
Entrega todas las hojas de cálculos y razonamientos con esta hoja de soluciones. Contesta aquí sólo los resultados finales (respuestas numéricas y/o razonamientos).

Nom i DNI/ Nombre y DNI: Alumne desconegut ____________

- (1.1, 5 %) Resultat final i justificació/ *Resultado final y justificación*:

  El total facturat és la suma de preus, que es pot obtindre com $n \cdot \overline{x} = 10550 \cdot 4.124 = 43508.2$ **€**

- (1.2, 5 %) Resultat final i justificació/ *Resultado final y justificación*:

  $CV_{\textbf{Temps}} = 28.99/73.78 = 0.3929$ **i** $CV_{\textbf{Preu}} = 1.1268/4.124 = 0.2732$**, per tant el Temps té major variabilitat comparativament, per tindre un CV major.**

- (1.3, 5 %) Resultat final i justificació/ *Resultado final y justificación*:

  Una hora i mitja són 90 minuts. Es pot comprovar mirant $x_{0.75}$ **que més del 25 % d'estades són superiors als 90 minuts. Per tant, si són pocs o molts és subjectiu, però són algo més de la quarta part.**

- (1.4, 5 %) Resultat final i justificació/ *Resultado final y justificación*:

  1.05 minuts, mirant $x_{\text{mín}}$**.**

- (1.5, 5 %) Preu primera hora i fiabilitat/ *Precio primera hora y fiabilidad*:

  Fent la recta de regressió es troba que Preu $= 1.68447 + 0.03310 *$ **Temps. Per tant, per a la primera hora, Temps = 60 i Preu = 1.7175 €. La fiabilitat es pot mesurar amb** $R^2 = r^2 = \left(\frac{28.36}{28.99 \cdot 1.1268}\right)^2 = 0.7537$ **(75.37 %) es prou alta, encara que no massa.**

- (2, 10 %):

  (a) - (g): Raonament/ *Razomaniento*: **El diagrama de caixa mostra la dispersió en l'amplària de la caixa. En (g) la mostra A té més dispersió.**

  (b) - (e): Raonament/ *Razomaniento*: **El diagrama de punts de (e) mostra un agrupament dels punts al voltant d'una recta imaginaria prou visible. En (i) la cosa està menys clara.**

  (c) - (f): Raonament/ *Razomaniento*: **El diagrama de barres mostra la distribució de Y dins de cada valor de X. En (d) les distribucions són**

similars, per tant indiquen independència de Y respecte al valor de X. En (f) les distribucions varien molt segons siga la X, i per això en eixe cas Y depén fortament de X.

- (3, 15 %) Valor final/ *Valor final*:

  $P(M7|R7) = \frac{P(R7|M7)P(M7)}{P(R7)} = \frac{0.90\cdot0.10}{0.10\cdot0.90+0.10\cdot0.04+0.8\cdot0.03} = 0.7627$**.**

- (4.1, 10 %) Valor final/ *Valor final*: $P(X > 3.65) = 1-F(3.65) =$ (tipificar) $= 0.0668$, on $X \sim N(\mu = 3.5, \sigma = 0.1)$ es el "Temps processat cada línia".

- (4.2, 5 %) Valor final/ *Valor final*: $P(X < T) = 0.95$; $F_Z\left(\frac{T-5250}{\sqrt{15}}\right) = 0.95$; $\frac{T-5250}{\sqrt{15}} = 1.645; T = 5256.371$ms, on $X \sim N(\mu = 1500 \cdot 3.5 = 5250, \sigma^2 = 1500 \cdot 0.1^2 = 15)$ es el "Temps processat de les 1500 línies".

- (5.1, 10 %) Valor final/ *Valor final*: $P(X > 0) = 1-P(X \leq 0) = 1-F(0) = 1 - 0.0821 = 0.9179$**, on** $X \sim$ **Po**$(\lambda = 2 \cdot 1.25 = 2.5)$ **es el "Nombre de defectes en 2km de cable".**

- (5.2, 5 %) Valor final/ *Valor final*:

  Es pot fer de dues formes. En una d'elles, volem que $P(X = 0) = 0.9$**, on ara** X **és el "nombre de defectes en Tkm de cable", y per tant** $X \sim$ **Po**$(1.25 \cdot T)$**. Aleshores** $f(0) = 0.9$; **e**$^{-1.25\cdot T} = 0.9$; $T = -\log(0.9)/1.25 = 0.0843$**km.**

- (6.1, 10 %) Valor final/ *Valor final*: $P(X > 15.005) = 1 - F(15.005) = 1 - \frac{15.005-14.983}{15.013-14.983} = 0.2667$, on $X \sim U(a = 14.983, b = 15.013)$ és la "longitud de cada rail".

- (6.2, 5 %) Valor final/ *Valor final*: $P(X < 50800) = F(50800) = F_Z(\frac{50800-50605}{\sqrt{5719.573}}) = F_Z(2.58) = 0.9951$**, donde** X **és el "pes total dels 58 rails", i la seua distribució, al ser suma de 58 variables aleatòries (el pes de cadascun dels 58 rails), es pot considerar aproximadament NORMAL de mitjana** $\mu = 58 \cdot \frac{855.3+889.7}{2} = 50605$ **i variància** $\sigma^2 = 58 \cdot \frac{(889.7-855.3)^2}{12} = 5719.573$**.**

- (7, 5 %) Valor final/ *Valor final*: $P(X > 0) = 1 - F(0) = 1 - f(0) = 1 - \frac{\binom{5}{0}\binom{15}{3}}{\binom{20}{3}} = 0.6009$**, on** $X \sim$ **Hyper**$(n = 3, N = 20, K = 5)$ **és el "nombre d'infractors observats".**