

Atenció: Contesta en el full de respostes les solucions finals, pero entrega tots els fulls de càlculs. Raona sempre les respostes

- (1, 25 %) Amb les dades del canvi de l'euro (EUR) en dòlars americans (USD) i yens japonesos (JPY) dia a dia:

	Wed 27-Sep 1	Thu 28-Aug 2	Fri 29-Aug 3	Mon 01-Sep 6	Tue 02-Sep 7	Wed 03-Sep 8	Thu 04-Sep 9
Dia							
USD	1.4767	1.4771	1.4735	1.4621	1.4516	1.4441	1.4488
JPY	160.98	161.44	160.22	157.72	158.01	156.75	156.76

(fixeu-se que no hi ha dades en cap de setmana, i per això el salt en el número de dia).

1. (5 %) Quina taxa de canvi ha tingut una major estabilitat durant els dies de la mostra, USD o JPY?
2. (10 %) Fes una predicció amb base estadística del canvi del dòlar (USD) per al dia 05-Sep i altra per al dia 13-Sep. **Para atenció en quin valor de "Dia" correspon a les dates demanades per a fer les prediccions.**
3. (10 %) Valora la qualitat de cadascuna de les dues prediccions de l'apartat anterior.

Sol:

1. Com que $CV_{USD} = 0.008894989$, $CV_{JPY} = 0.01199775$, aleshores és el USD, amb menor CV .
 2. Fent la recta de regressió, $USD = 1.484204854 - 0.004320388 \cdot DIA$, i tenint en compte que es tractaria dels dies 10 i 17, aleshores, $USD(10) = 1.441001$ i $USD(17) = 1.410758$.
 3. Com que $R^2 = 93.16845\%$, aleshores la qualitat de la predicció és molt alta, però sempre per prediccions dins del rang de valors de dades de la mostra. Com que $Dia = 10$ està fora, però prop, es podria acceptar que és una predicció bona. Però com que $Dia = 17$ ja està molt allunyat, aleshores la qualitat és impossible de saber, ja que la tendència de les dades podria canviar en qualsevol moment.
-

- (2, 15 %) Un usuari d'un servidor de correu considera que, a llarg termini, un 5 % dels missatges rebuts corresponen a *SPAM*. Si té 15 missatges a l'*Inbox*, quina és la probabilitat de que 2 ó més siguin *SPAM*?

Sol:

$X = \text{"nombre de missatges amb virus"} , X \sim \text{Bin}(n = 15, p = 0.05)$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = (\text{taules}) = 0.1709525$$

- (3, 20 %) El servei de qualitat d'una marca de dispositius fixa en 24.6 mesos el temps mitjà fins l'avaría d'un cert model. Calcula:
 1. (10 %) La probabilitat de que un dispositiu d'eixe model dure més d'un any.
 2. (10 %) Quin període de garantia deuria fixar la marca, per tal que el percentatge d'aparells avariats dins del període siga inferior al 10 %?

Sol:

1. $X = \text{"temps de duració fins avaria"} , X \sim \text{Exp}(\lambda = 1/24.6)$

$$P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - (1 - e^{-12/24.6}) = e^{-12/24.6} = 0.6139727$$

2. $P(X \leq T) = 0.10$ per tant $1 - e^{-T/24.6} = 0.10$ y aïllant arribem a $T = 2.591869$ mesos.
-

- (4, 15 %) Una enquesta al voltant del consum de drogues es va a portar a terme. La pregunta serà: "Ha consumit vosté alguna de les següents drogues en la seua vida?".

Atesa la delicadesa del tema, es tractarà de garantir la privacitat de l'enquestat. Aquest passarà a una sala privada on figura un paper amb la pregunta i el llistat de drogues referides, un bolígraf per a contestar, i una moneda perfecta, amb les següents instruccions: (1) Llance la moneda completament a l'atzar, (2) **Si trau CARA, conteste "SI"** a la pregunta de l'enquesta, independentment de que siga veritat o no. **Si trau CREU, conteste** a la pregunta de l'enquesta **amb sinceritat**, (3) Deixe la moneda CARA amunt per a que ni l'enquestador ni el següent enquestat sàpien del seu resultat.

Anomenem p a la proporció de la població que realment SI ha consumit una d'eixes drogues en la seua vida (és a dir, que la probabilitat de que una

persona triada a l'atzar, de la qual no es sap res, haya consumit, val p).
Contesta les següents preguntes:

1. (2.5 %) Una persona que SI ha consumit entra a la sala: quina és la probabilitat de que conteste que SI al paper?
2. (2.5 %) Una persona que NO ha consumit entra a la sala: quina és la probabilitat de que conteste que SI al paper?
3. (5 %) Una persona qualsevol: quina és la probabilitat de que conteste que SI al paper?
4. (5 %) Una persona que ha contestat SI al paper: quina és la probabilitat de que realment SI haja consumit?

Sol:

1. $P(\text{contesta SI}) = P(\text{contesta SI} \mid \text{dau C}) P(\text{dau C}) + P(\text{contesta SI} \mid \text{dau +}) P(\text{dau +}) = 1 \times 0.5 + 1 \times 0.5 = 1$ (és lògic)
2. $P(\text{contesta SI}) = P(\text{contesta SI} \mid \text{dau C}) P(\text{dau C}) + P(\text{contesta SI} \mid \text{dau +}) P(\text{dau +}) = 1 \times 0.5 + 0 \times 0.5 = 0.5$
3. $P(\text{contesta SI}) = P(\text{contesta SI} \mid \text{dau C}) P(\text{dau C}) + P(\text{contesta SI} \mid \text{dau +}) P(\text{dau +}) = 1 \times 0.5 + p \times 0.5 = 0.5(p + 1)$
4. $P(\text{consume SI} \mid \text{contesta SI}) = P(\text{contesta SI} \mid \text{consume SI}) P(\text{consume SI}) / P(\text{contesta SI}) = 0.5 p / 0.5(p + 1) = p / (p + 1)$

-
- (5, 15 %) Suposem que el tamany de la totalitat d'arxius adjunts (quan n'hi ha) a cada missatge de correu segueix la llei normal de mitjana 745.6 KB i desviació típica 241.9 KB. Calcula la probabilitat de que un missatge, portant adjunts, tinga un tamany total dels mateixos superior a 1 GB = 1024 KB.

Sol: $P(X > 1024) = 1 - P(X \leq 1024) = 1 - F(1024) = 1 - F_Z\left(\frac{1024 - 745.6}{241.9}\right) = 1 - F_Z(1.15) = (\text{taules}) = 1 - 0.8749 = 0.1251$

- (6, 10 %) Un popular lloc web posa un preu de 6000 € al dia als patrocinats en la seua pàgina principal. Una empresa que sopesa contractar un anunci en l'esmentada pàgina, demana dades al lloc sobre visites diàries. Donat que se li demanen **dades de tots els dies de l'any anterior** (2007), aquests es resumen en un valor mitjà de 4.85 milions de visites, i una desviació típica de 1.63 miliones de visites.

L'anunciant decideix contractar el servici si pot acceptar que el nombre mitjà de visites diàries és de 5 milions amb una confiança del 90 %. Quina decisió li faran prendre les dades disponibles?

Sol: Les dades són $\bar{x} = 4.85$ i $s = 1.63$. Es qüestiona si $\mu = 5$ amb $\alpha = 0.1$. Per tant, es calcula l'IC de μ amb σ^2 desconeguda. Com que $n = 365$ és gran, $(t_{364})_{1-\alpha/2} = z_{1-\alpha/2}$.

$$\mu \in [4.85 \pm z_{0.95} \frac{1.63}{\sqrt{364}}] = [4.682547, 5.017453]$$

i com que 5 pertany a l'interval, aleshores acceptariem que $\mu = 5$.

Atención: Contesta en la hoja de respuestas las soluciones finales, pero entrega todas las hojas de cálculos. Razona siempre las respuestas

- (1, 25 %) Con los datos del cambio del euro (EUR) en dólares americanos (USD) y yens japoneses (JPY) día a día:

Día	Wed 27-Sep 1	Thu 28-Aug 2	Fri 29-Aug 3	Mon 01-Sep 6	Tue 02-Sep 7	Wed 03-Sep 8	Thu 04-Sep 9
USD	1.4767	1.4771	1.4735	1.4621	1.4516	1.4441	1.4488
JPY	160.98	161.44	160.22	157.72	158.01	156.75	156.76

(fijáos en que no hay datos en fin de semana, y por eso el salto en el número de día).

1. (5 %) ¿Qué tasa de cambio ha tenido una mayor estabilidad durante los días de la muestra, USD o JPY?
 2. (10 %) Haz una predicción con base estadística del cambio del dólar (USD) para el día 05-Sep y otra para el día 13-Sep. **Presta atención en qué valor de “Día” corresponde a las fechas solicitadas para hacer las predicciones.**
 3. (10 %) Valora la calidad de cada una de las dos predicciones del apartado anterior.
-

- (2, 15 %) Un usuario de un servidor de correo considera que, a largo plazo, un 5 % de los mensajes recibidos corresponden a *SPAM*. Si tiene 15 mensajes en el *Inbox*, ¿cuál es la probabilidad de que 2 ó más sean *SPAM*?
-

- (3, 20 %) El servicio de calidad de una marca de dispositivos fija en 24.6 meses el tiempo medio hasta la avería de cierto modelo. Calcula:
 1. (10 %) La probabilidad de que un dispositivo de ese modelo dure más de un año.
 2. (10 %) ¿Qué período de garantía debería fijar la marca, para que el porcentaje de aparatos averiados dentro del período sea inferior al 10 %?
-

- (4, 15 %) Una encuesta sobre el consumo de drogas se va a llevar a cabo. La pregunta será: “¿Ha consumido usted alguna de las siguientes drogas alguna vez en su vida?”.
Dada la delicadeza del tema, se tratará de garantizar la privacidad del encuestado. Éste pasará a una sala privada donde figura un papel con la pregunta y el listado de drogas referidas, un bolígrafo para contestar, y una moneda perfecta, con las siguientes instrucciones: (1) Lance la moneda completamente al azar, (2) **Si sale CARA, conteste “SI”** a la pregunta de la encuesta, independientemente de que sea verdad o no. **Si sale CRUZ, conteste** a la pregunta de la encuesta **con sinceridad**, (3) Deje la moneda CARA arriba para que ni el encuestador ni el siguiente encuestado sepan de su resultado.

Llamemos p a la proporción de la población que realmente SI ha consumido una de esas drogas en su vida (es decir, que la probabilidad de que una persona escogida al azar, de la que no se sabe nada, haya consumido, vale p). Contesta las siguientes preguntas:

1. (2.5 %) Una persona que SI ha consumido entra en la sala: ¿cuál es la probabilidad de que conteste que SI en el papel?
2. (2.5 %) Una persona que NO ha consumido entra en la sala: ¿cuál es la probabilidad de que conteste que SI en el papel?
3. (5 %) Una persona cualquiera: ¿cuál es la probabilidad de que conteste que SI en el papel?
4. (5 %) Una persona que ha contestado SI en el papel: ¿cuál es la probabilidad de que realmente SI haya consumido?

-
- (5, 15 %) Supongamos que el tamaño de la totalidad de archivos adjuntos (cuando hay) en cada mensaje de correo sigue la ley normal de media 745.6 KB y desviación típica 241.9 KB. Calcula la probabilidad de que un mensaje, con adjuntos, tenga un tamaño total de los mismos superior a 1 GB = 1024 KB.

-
- (6, 10 %) Un popular sitio web pone un precio de 6000 € al día a los patrocinados en su página principal. Una empresa que sopesa contratar un anuncio en dicha página, pide datos al sitio sobre visitas diarias. Dado que se le pide los **datos de todos los días del año anterior** (2007), éstos se resumen en un valor medio de 4.85 millones de visitas, y una desviación típica de 1.63 millones de visitas.

El anunciante decide contratar el servicio si puede aceptar que el número medio de visitas diarias es de 5 millones con una confianza del 90 %. ¿Qué decisión le harán tomar los datos disponibles?