

1. (1.5 pt.) Un psicólogo afirma, en base a una muestra obtenida, que el número de respuestas inadecuadas que da un niño en el transcurso de una situación experimental disminuye a medida que el niño crece. La siguiente tabla recoge los datos de los que dispone el psicólogo:

Edad	2	3	4	4	5	5	6	7	7	9	9	10	11	11	12
Resp.	11	12	10	13	11	9	10	7	12	8	7	3	6	5	5

- a) (0.25 pts.) Escribe la tabla de frecuencias conjuntas.
- b) (0.5 pts.) Calcula el porcentaje de niños que cometen entre 10 y 13 errores, y el porcentaje, de entre éstos, que tienen entre 2 y 4 años.
- c) (0.75 pts.) ¿Cuál es el número de respuestas inadecuadas que se puede predecir para un niño de 10.5 años? ¿Es fiable dicha predicción?
- 
2. (2 pts.) Si se clasifican los días del año según la humedad relativa del aire como SECOS, HÚMEDOS y MUY HÚMEDOS, se tiene que en la fábrica de componentes electrónicos XXXXX, cada año tienen 107 días secos, 189 días húmedos, y el resto muy húmedos.
- La máquina refrigeradora no funciona del todo bien, y se ve afectada por la humedad del ambiente, fallando el 1 % de ocasiones en días secos, el 3 % de ocasiones en días húmedos y el 10 % de ocasiones el resto de días.
- a) (1 pt.) Se estropeó el higrómetro y no sabemos que tipo de día hace. ¿Qué probabilidad hay de que falle la máquina refrigeradora durante la jornada?

- b) (1 pt.) Una vez acabada la jornada, y viéndose que no falló la máquina refrigeradora, ¿qué probabilidad hay de que el día se clasificara como SECO?
- 

3. (2 pts.) Una empresa fabrica exactamente 300000 CD's al día. El tiempo de fabricación de cada CD, que está entre 0 y 2 segundos, es una variable aleatoria que sigue la función de distribución

$$f(x) = \begin{cases} k(2x - x^2) & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) (0.5 pts.) Calcula el valor de  $k$ .

b) (0.25 pts.) Comprueba que  $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{3}{4} \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) & 0 < x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$

es la función de distribución.

- c) (0.5 pts.) Calcula la probabilidad de que un CD tarde, al menos, 1.5 segundos en fabricarse, y la cantidad de CD's fabricados en un día que tardan, al menos, 1.5 segundos en fabricarse.
- d) (0.5 pts.) Calcula el promedio del tiempo de fabricación de cada CD.
- e) (0.25 pts.) Si pasan 1.6 segundos y no se ha terminado un CD, ¿cuál es la probabilidad de que se realice durante las 3 décimas de segundo siguientes?
- 

4. (2 pts.) Un cabezal da formato de sectores a superficies magnéticas preparadas. Este cabezal suele dar formato defectuoso a 4 sectores cada 10MB., por término medio.

- a) (0.75 pts.) Si una unidad de 10MB se desecha cuando se detectan más de 8 sectores defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que se deseché una unidad de ese tipo?

- b) (0.75 pts.) Se piensa en usar el cabezal para formatear discos de 500MB. ¿Cuál es el número esperado de sectores defectuosos que tendrán dichos discos? y ¿Cuál es la probabilidad de que uno de dichos discos tenga más de 300 sectores defectuosos?
- 

5. (1.5 pts.) El tiempo transcurrido hasta la primera avería, de una marca de discos duros que distribuye la empresa XXXXX, tiene un promedio de 18 meses.

La empresa recompra el disco duro averiado a los compradores cuyo disco duro tenga la primera avería durante el primer año. Si un día concreto se han vendido 88 discos duros:

- a) (0.5 pt.) Calcula la probabilidad de que uno de estos discos duros se estropee durante el primer año de funcionamiento.
- b) (0.5 pt.) Número esperado de discos duros, vendidos ese día, que se recomprarán durante el período de garantía.
- c) (0.5 pt.) ¿Cuál es la probabilidad de que durante los 12 meses siguientes tenga que recomprar más de la mitad de los discos duros de los vendidos ese día?
-



Por favor:

- Pon el nombre y grupo en cada nuevo folio que uses.
- Cuando empieces un ejercicio nuevo, cambia de folio.
- Justifica los resultados allá donde el enunciado lo pida.

- 
1. (1.5 pt.) Para comprobar la existencia de una relación lineal entre la temperatura ( $X$ ) a la que trabaja un microprocesador (medida en grados Kelvin  $^{\circ}K$ ) y el rendimiento ( $Y$ ) medido en billones de operaciones por segundo (bops), se toma una serie de datos, con los resultados que se muestran a continuación:

$n = 157$	Media	Desv. Típ.	Mín	$P_{25}$	Me	$P_{75}$	Máx
$X$	273.0	16.8	223.0	259.6	271.5	292.7	333.0
$Y$	45.8	3.6	37.9	41.4	48.1	51.1	57.3
		$s_{XY} = -59.27$					

Responde mediante razonamientos basados en los datos a las siguientes preguntas:

- (0.25 pts.) En más de la mitad de las observaciones, el rendimiento del microprocesador es superior a 47 bops, ¿verdadero o falso?
  - (0.5 pts.) No disponemos de un gráfico pero, según los datos que se muestran del estudio, a medida que la temperatura aumenta, el rendimiento del microprocesador... ¿crece o decrece?
  - (0.75 pts.) Si un sistema en el que se va a usar el microprocesador va a trabajar a  $230^{\circ}K$ , ¿qué cantidad de bops se supone que realizará en base a los datos?
-

2. **(1.5 pts.)** Las averías de un controlador en una cadena de montaje se reparten en: 60 % de fallo en el motor, 33 % de fallo en el procesador principal y el resto de otro tipo de fallo.

Cuando falla el motor, el controlador pasa 1, 2 ó 3 días en reparación (el 30 % de las veces que falla pasa 1 día, el 50 % pasa 2 días y el 20 % pasa 3 días). En caso de fallar el procesador principal, el controlador pasa sólo 1 día en el taller, mientras que si la avería es de otro tipo, se sabe que el controlador pasa 1 día el 10 % de las veces, 2 días el 50 % de las veces y 3 días el resto de ocasiones.

- a) (1 pt.) Si en cierta ocasión falla el controlador, ¿qué probabilidad se tiene de que pase solamente 1 día en el taller de reparación?
- b) (0.5 pts.) Si en otra ocasión ha fallado el controlador, y lleva 2 días en el taller (no sabemos si llegará hoy mismo o si estará 3 días), ¿cual es la probabilidad de que la avería haya sido debida a fallo del motor?

- 
3. **(1.5 pts.)** La función de distribución de una variable aleatoria  $X$

viene dada por 
$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2 & 0 < x \leq 0,5 \\ 1,5x - 0,5 & 0,5 < x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

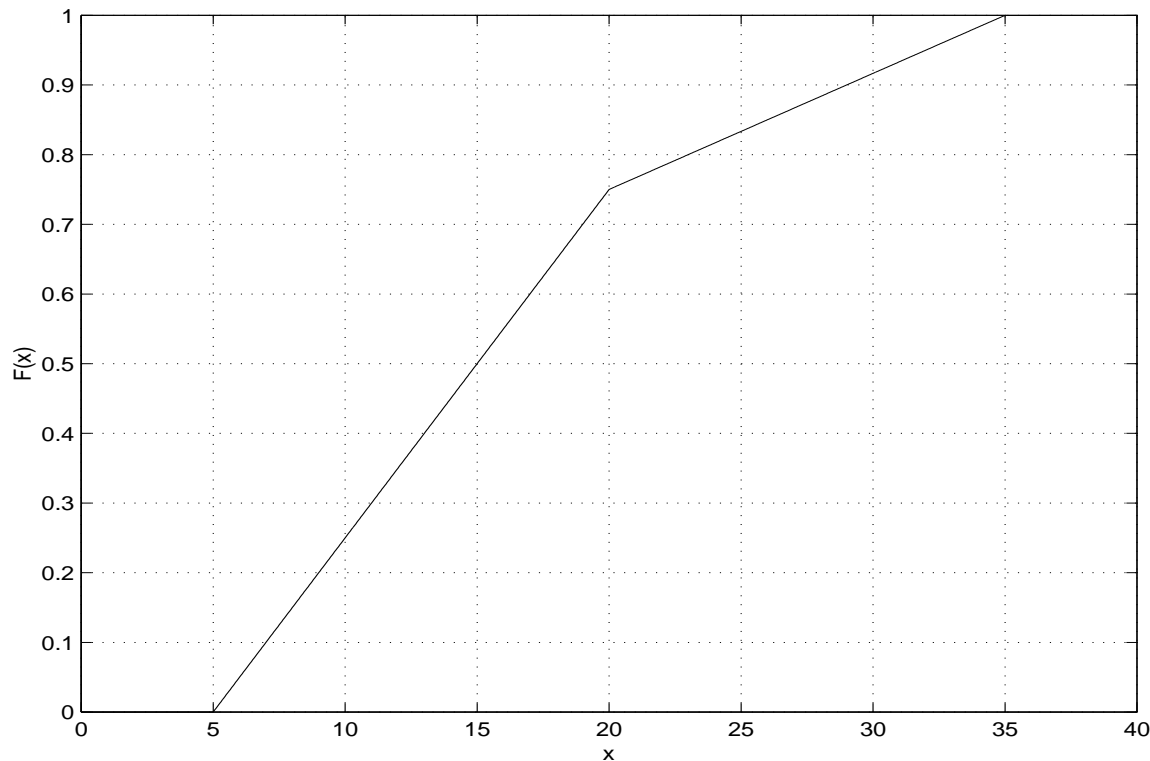
Calcula:

- (a)  $f(x)$                       (b)  $E(X)$                       (c) Mediana  
(d)  $P(X \leq 0,4)$     (e)  $P(0,4 \leq X \leq 0,7)$     (f)  $P(X \geq 0,1)$

(Cada apartado vale 0.25 pts. Para puntuar el apartado (a) es necesario escribir la función  $f(x)$  **completamente**)

---

4. **(0.5 pts.)** La variable aleatoria  $X$  = “tiempo de ejecución de un proceso informático” (medido en milisegundos) tiene una función de distribución  $F$  cuya representación gráfica se muestra a continuación.



Responder razonadamente, en base al gráfico, a las preguntas:

- a) (0.2 pts.) Recorrido o rango de valores de la variable aleatoria  $X$ .
- b) (0.2 pts.) Valor de la mediana de  $X$ .
- c) (0.1 pts.) ¿Qué es más probable?...
  - ... que el tiempo esté entre 10 y 20 milisegundos, ó
  - ... que el tiempo esté entre 20 y 30 milisegundos.

- 
5. **(1 pt.)** Se realiza una prueba de tipo test con 10 preguntas y 5 alternativas de respuesta a cada una. Calcula la probabilidad de aprobar (es decir de acertar 5 preguntas o más) para una persona que responde completamente al azar.
-

6. (**1 pt.**) Se realiza una prueba de tipo test con 500 preguntas y 4 alternativas de respuesta a cada una. Si se responde completamente al azar, calcula:
- a) (0.25 pts.) La puntuación obtenida esperada (suponiendo que cada respuesta correcta vale 1 punto).
  - b) (0.75 pts.) La probabilidad de obtener una puntuación superior o igual a la esperada.
- 

7. (**1.5 pt.**) Tres máquinas fabrican piezas de precisión cuya medida debe estar en el intervalo  $[7 \text{ mm} - 10 \text{ mm}]$  para que sean aceptadas como buenas.

- La máquina  $A$  realiza piezas con un tamaño variable completamente aleatorio en el intervalo  $[6.5 \text{ mm} - 10.3 \text{ mm}]$ .
- La máquina  $B$  realiza piezas con un tamaño variable que sigue una ley normal de media 8 mm y desviación típica 0.5 mm.
- La máquina  $C$  realiza piezas con un tamaño variable que sigue una ley exponencial de promedio 8.5 mm.

Justifica razonadamente cuál de las tres máquinas es la mejor (en el sentido de realizar mayor cantidad de piezas buenas).

---