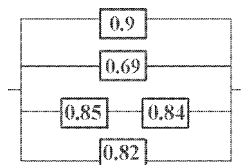


Examen 9/6/2003. 508 ESTADÍSTICA. Ingeniería Técnica en Diseño Industrial.
Escribe el nombre en todas las hojas incluidas las del enunciado. MODELO A.

Si $X \sim \text{Binomial}(n,p)$, con n grande, p pequeña y $n \cdot p$ moderada, podremos aproximar X por una Poisson $(n \cdot p)$

1. (0.5 puntos) El 20% de los transistores que forman una memoria de ordenador es de *GaAs* y el resto es de *Si*. Para distinguir unos transistores de otros se hace un test eléctrico de cada uno para ver si conmuta en menos que un cierto tiempo t . Se sabe que la probabilidad que conmute en menos que t para un transistor de *GaAs* es de 0.9, mientras que es de 0.07 para un transistor de *Si*. Sabiendo que un transistor ha conmutado en menos de t , calcula la probabilidad que sea de *Si*.
2. (2.5 puntos) Los clavos se venden a peso. Considerando que el peso de una caja de valor nominal 100 libras es Normal y que el peso medio es de 103.5 libras, mientras que la varianza es de 4:
 - a) ¿Qué porcentaje de cajas tendrá un peso inferior al valor nominal?
 - b) Calcula el percentil 25
 - c) Si la varianza se mantiene constante, ¿qué valor debiera tomar la media para que el 98% de las cajas excediera el valor nominal?
 - d) Si tomamos una muestra de 15 cajas, ¿cuál es la probabilidad de encontrar como mucho 3 cajas que no excedan el valor nominal? (Si no has calculado la probabilidad del apartado a), usa $p = 0.02$, como probabilidad de no exceder el valor nominal, si no emplea el resultado del apartado a)).
 - e) Si las cajas se empaquetan en un paquete formado por 100 cajas, ¿cuál es la probabilidad de que haya al menos 3 cajas con peso inferior al nominal en un paquete?
 - f) En 5 paquetes, ¿cuál es el número esperado de cajas con peso inferior al nominal?
3. (1 punto) El circuito siguiente trabaja sólo si existe una trayectoria de dispositivos en funcionamiento, de izquierda a derecha. La probabilidad de que cada dispositivo funcione, aparece en la figura. Supongamos que los dispositivos fallan de manera independiente. ¿Cuál es la probabilidad de que el circuito trabaje?



4. (0.5 puntos) Las siguientes son mediciones de la velocidad del aire, X (en cm/s), y del coeficiente de evaporación, Y (en mm^2/s) de gotitas de combustible en la cámara de combustión de un motor de impulsión:

X	60	100	140	180	220	260	300
Y	0.37	0.35	0.78	0.56	0.75	1.18	1.36

- a) Calcula la recta de regresión de la variable Y sobre la X .
 - b) ¿Cómo calificarías la calidad del ajuste? Basa tu respuesta en alguna medida estadística.
 - c) Determina el coeficiente de evaporación de una gotita cuando la velocidad del aire sea de 190 cm/s.
5. (1.5 puntos) Se efectúa un estudio sobre los fallos de un componente electrónico, considerándose tres tipos de fallos y dos posiciones de montaje para el dispositivo. Se han recogido los datos siguientes:

Posición	Tipo de fallo		
	A	B	C
P1	18	11	13
P2	12	9	37

- a) En base a esta tabla, si uno de dichos componentes fuera seleccionado al azar, calcula las siguientes probabilidades: $P(A)$, $P(P2)$, $P(A|P2)$, $P(A \cup P2)$, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga el fallo C o que no esté en la posición 1?.
 - b) Prueba si existe una relación (dependencia) entre las variables Posición de montaje y Tipo de fallo (usa $\alpha = 0.05$).
6. (2 puntos) Se pueden utilizar dos pruebas analíticas diferentes para determinar el nivel de impureza en aleaciones de acero. Tomamos 8 especímenes y cada uno de ellos los probamos con ambos procedimientos. Los resultados aparecen en la tabla siguiente (fíjate que por cada espécimen recogemos dos datos):

	Prueba 1	Prueba 2
Especímen 1	1.2	1.4
Especímen 2	1.3	1.7
Especímen 3	1.5	1.5
Especímen 4	1.4	1.3
Especímen 5	1.7	2
Especímen 6	1.8	2.1
Especímen 7	1.4	1.7
Especímen 8	1.3	1.6

Suponiendo ambas poblaciones Normales:

- a) Calcula un intervalo de confianza al 95% para la diferencia de medias y determina (razonando porqué) si existe diferencia entre las medias.
- b) Si ahora se considerara únicamente una muestra aleatoria de 70 especímenes para la prueba 1, de los que se obtiene una media de 1.5 y una desviación típica de 0.2, calcula el intervalo de confianza al 95% para el nivel de impureza medio con la prueba 1.
- c) Si deseamos que el error en la estimación de la media anterior sea inferior a 0.03 con una confianza del 95%, y teniendo en cuenta que podríamos asumir $\sigma = 0.2$, ¿cuál será el tamaño muestral requerido?

CUESTIONES OPCIONALES (se elegirá la opción más favorable entre considerar únicamente los problemas o considerar los problemas y estas cuestiones).

Estas cuestiones valen 1 punto, mientras que la puntuación de los problemas quedaría como sigue: 1. (0.5 puntos), 2. (2.5 puntos), 3. (0.75 puntos), 4. (0.25 puntos), 5. (1.25 puntos) y 6. (1.75 puntos)

Cuestiones de Verdadero/Falso

1. El intervalo de confianza al 95 % para la media, significa que la media se encuentra en el intervalo con una probabilidad de 0.95.
2. Si $X \sim \text{Poisson}(6)$, los únicos valores que puede adoptar X son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.
3. La probabilidad de que una variable continua tome un valor puntual es siempre cero.
4. Una población es parte de una muestra.

Cuestiones a completar

1. La media poblacional la denotamos mediante $(\mu, \bar{x}, \sigma, s)$ _____.
2. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ y $P(X \leq x) = 0.75$ entonces x será (menor que, igual a, mayor que) _____ μ .
3. El coeficiente de correlación entre la variable $X =$ "número de cigüeñas que anidan en cada población" e $Y =$ "número de nacimientos anuales en cada población" será cercano a (1, -1, 0) _____

Cuestiones de elección múltiple

1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones no se aplica a una distribución Normal?
a) Es unimodal
b) Es simétrica respecto a su varianza
c) El área bajo la curva es 1
d) La media, mediana y moda son iguales
2. El coeficiente de correlación lineal entre dos variables mide:
a) la dispersión de los valores a la media
b) la simetría de las dos variables
c) la relación lineal entre las dos variables
d) la forma de la distribución
3. Si A y B son sucesos independientes, con $P(A) = 0.15$, $P(B) = 0.4$, entonces $P(A \cup B)$ vale:
a) 0.55 b) 0.375 c) 0.06 d) 0.49